

Задача № 10

Изучение вынужденных электрических колебаний в колебательном контуре

При подготовке к выполнению этой задачи следует ознакомиться с теорией по учебным пособиям:

1. § 5 Главы 1 учебного пособия С.Н. Козлов, А.В. Зотеев. "Колебания и волны. Волновая оптика", М., изд. МГУ.

2. §§ 5 и 6 С.Н. Козлов, А.В. Зотеев, А.Н. Невзоров, «Задачи по курсу общей физики с решениями. "Колебания и волны. Оптика», М., изд. МГУ.

1. Цель работы

Исследование резонанса напряжений в цепи с последовательным соединением резистора, катушки индуктивности и конденсатора (RLC -контуре). В работе предстоит измерить амплитудно-частотные характеристики электрического колебательного RLC -контурa: зависимости напряжения на резисторе (R) от частоты вынужденных колебаний, заданной генератором переменного тока. Построить резонансные кривые. Определить резонансную частоту, измерить ширину резонансных кривых. Рассчитать индуктивность катушки L , добротность контура Q , логарифмический декремент затухания γ .

2. Экспериментальное оборудование, приборы и принадлежности

Лабораторный стенд (рис. 10.1) выполнен в виде собираемой из

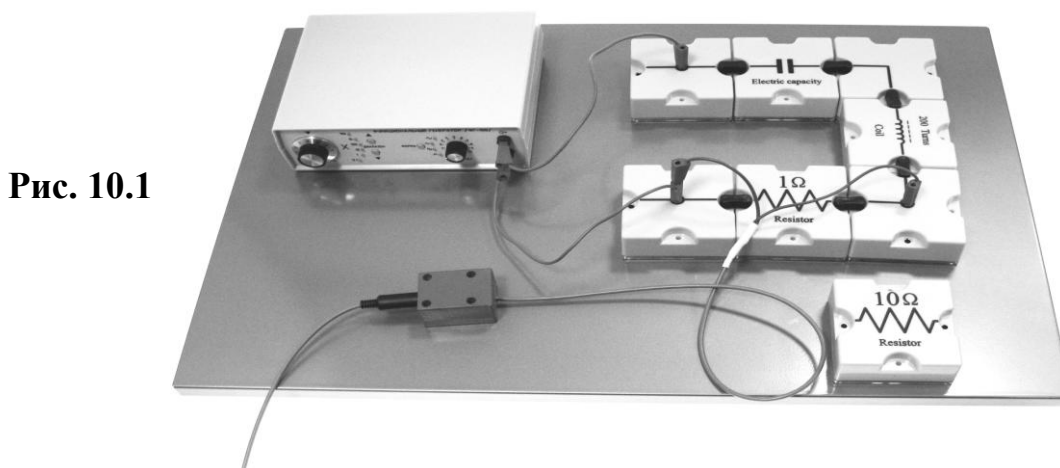


Рис. 10.1

набора монтажных элементов схемы (с магнитным креплением), включающей резисторы, катушку индуктивности, конденсатор и монтажные переключки. Кроме того, в установку входит генератор переменного тока звуковой частоты.

К приборам и принадлежностям относятся также компьютер с необходимым программным обеспечением, датчик напряжения для регистрации напряжения на резисторе, измерительный кабель и концентратор для подключения датчика к компьютеру.

3. Теоретическая часть

В цепи, содержащей катушку индуктивности L и конденсатор C , можно возбудить электрические колебания. Поэтому такая цепь называется колебательным контуром (рис. 10.2, а). Реальная электрическая цепь всегда обладает также и сопротивлением, даже если не содержит включённого дополнительного элемента – резистора R . На активном сопротивлении колебательная энергия постепенно расходуется на выделение тепла. Поэтому свободные колебания во всяком реальном контуре являются затухающими.

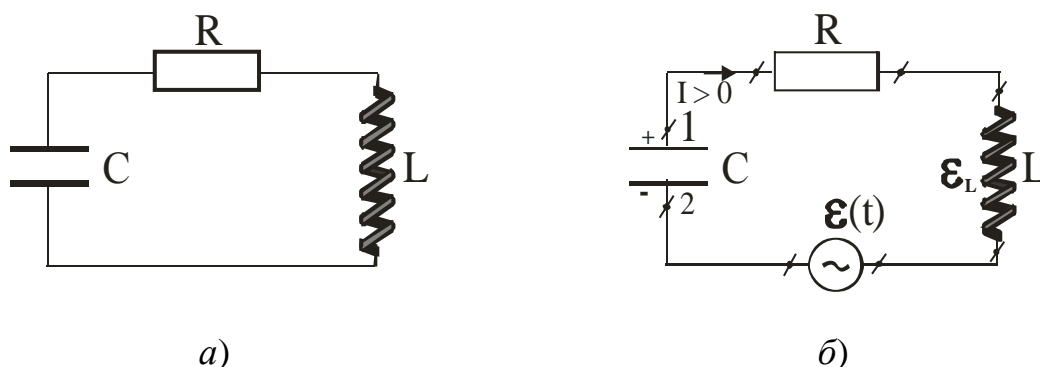


Рис. 10.2

Для возникновения вынужденных незатухающих колебаний нужно включить в цепь источник переменной ЭДС (генератор), например, последовательно с элементами контура (рис. 10.2, б). Пусть ЭДС источника меняется по закону $\mathcal{E}(t) = U_0 \cos \Omega t$, где U_0 – амплитудное

значение, Ω^* – циклическая частота изменения переменного напряжения. Для последовательно соединенных участков цепи должно выполняться равенство:

$$U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = \mathcal{E}(t), \quad (10.1)$$

где $U_R(t)$, $U_C(t)$, $U_L(t)$ – гармонические функции, соответствующие колебаниям напряжений на соответствующих элементах цепи. Важно, что все эти колебания происходят с одной частотой Ω , определяемой ЭДС источника $\mathcal{E}(t)$. Поэтому сложение таких колебаний удобно выполнить с помощью метода векторных диаграмм. Напомним суть метода: все гармонические функции (10.1) можно представить векторами, вращающимися против часовой стрелки с угловой скоростью Ω . Длина каждого вектора равна амплитуде

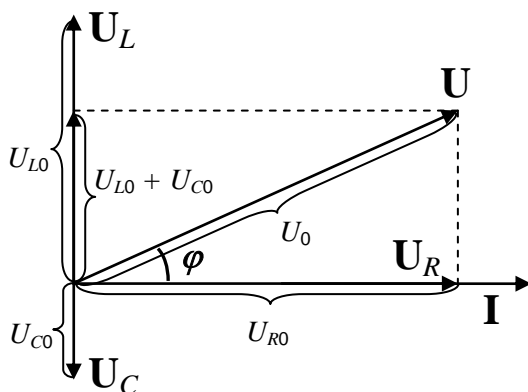


Рис. 10.3

соответствующего колебания, а полярный угол – его фазе. Установившиеся вынужденные колебания происходят, как известно, с частотой вынуждающего воздействия. Поэтому сила тока в контуре также меняется по гармоническому закону:

$$I = I_0 \cos(\Omega t - \varphi), \quad (1)$$

На векторной диаграмме (рис. 10.3) этому соответствует вектор \mathbf{I} , а колебаниям соответствующих напряжений – векторы \mathbf{U}_R , \mathbf{U}_C и \mathbf{U}_L . Их расположение и длины определяются известными фазовыми соотношениями между током и напряжением для этих элементов, а также значениями омического (R), ёмкостного ($1/\Omega C$) и индуктивного

^{*)} Такое обозначение выбрано умышленно, чтобы отличать частоту вынужденных колебаний Ω от частоты собственных незатухающих ω_0 или затухающих колебаний ω_c .

(ΩL) сопротивлений^{*)}. Векторная диаграмма позволяет определить амплитуду силы тока:

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}. \quad (10.3)$$

Заметим, что знаменатель в соотношении (10.3) играет роль полного сопротивления Z последовательного RLC -контура переменному току:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}. \quad (10.4)$$

Выражение в скобках $X = \Omega L - \frac{1}{\Omega C}$ называется «реактивным сопротивлением» последовательного контура.

Кроме того, из векторной диаграммы нетрудно определить и фазовый сдвиг между силой тока в контуре и приложенным к нему напряжением φ («сдвиг по фазе»). Значение этого важного параметра определяется из соотношения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}. \quad (10.5)$$

Особенностью вынужденных колебаний в RLC -контуре является немонотонная зависимость амплитуды колебаний (например, амплитуды силы тока в контуре) от частоты внешнего воздействия Ω . Она носит «резонансный» характер – при изменении частоты внешнего воздействия Ω амплитуда силы тока в контуре I_0 мала при очень низких и очень высоких частотах и достигает максимального значения $I_{0\max} = U_0/R$ при частоте $\Omega = \Omega_{\text{рез}} = \omega_0$ (ω_0 – частота собственных колебаний в контуре).

^{*)} Процедуру построения и получения результатов необходимо изучить, используя, например, рекомендованные учебные пособия.

Реактивное сопротивление при резонансе обращается в ноль, т.е.

$$\Omega_{рез} L - \frac{1}{\Omega_{рез} C} = 0; \quad \Omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (10.6)$$

Зависимость амплитудного значения силы тока I_0 от частоты «задающего» генератора Ω называется амплитудно-частотной резонансной характеристикой контура. По экспериментально снятому графику этой зависимости можно найти значение резонансной частоты $\Omega_{рез}$. Кроме того, если, например, известна электроёмкость конденсатора C , можно определить индуктивность катушки в контуре L :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \nu_{рез}^2 C}, \quad (10.7)$$

где $\nu_{рез}$ – резонансная частота, задаваемая генератором, связанная со значением циклической частоты известным соотношением $\Omega_{рез} = 2\pi\nu_{рез}$.

Резонансная кривая позволяет экспериментально определить также другую важную характеристику колебательного контура – его *добротность Q* – *отношение амплитуды при резонансе к статической амплитуде*. При малом затухании, добротность также равна:

$$Q = \frac{\Omega_{рез}}{\Omega_2 - \Omega_1} \quad \text{или} \quad Q = \frac{\nu_{рез}}{\nu_2 - \nu_1}, \quad (10.8)$$

где $\nu_2 - \nu_1$ – ширина резонансной кривой на высоте, соответствующей эффективному значению силы переменного тока ^{**) в контуре $I_0(\nu_1, \nu_2)$ в $\sqrt{2}$ раз меньшему, чем резонансное: $I_0(\nu_1, \nu_2) = \frac{I_{0max}}{\sqrt{2}}$.}

Другой способ *дать определение добротности* связан с рассмотрением затухающих колебаний, как безразмерной величины, равной отношению колебательной энергии к её убыли за один период затухающих колебаний (см. рекомендованные учебные пособия):

**) Интенсивность колебаний (мощность переменного тока) при этом вдвое меньше, чем при резонансе.

$$Q \cong 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W(t, T)}. \quad (10.9)$$

Можно показать, что при малом затухании для последовательного колебательного контура эта величина оказывается равной^{*)}

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (10.10)$$

4. Описание лабораторной установки

В состав лабораторной установки входят (см. рис. 10.1) генератор, набор элементов, собранных в схему для исследования колебаний в электрической цепи, а также датчик напряжений для измерения падения напряжения на резисторе R_0 , соединенный через концентратор с компьютером.

Собранная электрическая схема (рис. 10.2,б) установки для случая использования резистора с номинальным сопротивлением $R_0 = 1 \text{ Ом}$ представлена на рис. 10.1.

Общее омическое сопротивление контура $R = R_0 + R_k$, где R_k – омическое сопротивление проволоки, из которой намотана катушка индуктивности.

5. Порядок проведения работы




Данные установки:

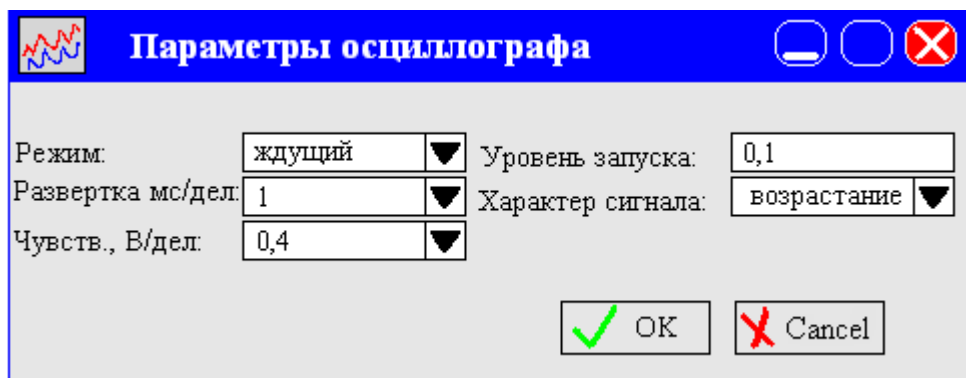
Величина электроёмкости конденсатора в контуре $C = (18,8 \pm 0,1) \text{ мкФ}$

^{*)} Соотношения (10.8) и (10.10) вполне корректны при выполнении условия $\beta \ll \omega_0$, где $\beta = R/2L$ – коэффициент затухания.

Упражнение 1






Снятие амплитудно-частотной характеристики контура с резистором 1 Ом

1. Подготовить лабораторную установку, установив в собранной электрической цепи резистор номиналом $R_{01} = 1 \text{ Ом}$. Подключить к нему измерительный кабель датчика напряжения.
2. После включения компьютера запустить программу «Практикум по физике» и выбрать соответствующий «сценарий» проведения эксперимента. Для этого на панели устройств найти кнопку  (Выбрать «сценарий» проведения эксперимента) (Alt+C). В открывшемся окне в списке задач найти задачу «Исследование резонанса в цепи переменного тока» и дважды щёлкнуть по ней левой кнопкой мыши.
3. Включить генератор звуковой частоты (ФГ-100) (кнопка сзади) и, нажимая кнопку «ФОРМА», установить на нем режим синусоидальных колебаний выходного напряжения (форма сигнала ).
4. Вращая ручку плавной регулировки «АМПЛИТУДА», установить величину выходного напряжения генератора 2 В.
ВНИМАНИЕ! С целью недопущения перегрузки генератора и искажения формы сигнала максимальное выходное напряжение сигнала генератора при использовании в контуре резистора 1 Ом не должно превышать 3 В (по шкале генератора).
5. Нажимая кнопки «ДИАПАЗОН», установить множитель «100», а ручку плавной регулировки «Частота Гц» установить на деление «1» (в итоге частота колебаний выходного напряжения окажется равной $1 \times 100 = 100 \text{ Гц}$).
6. Для настройки параметров осциллографа нажать кнопку  (установить параметры датчика), вызвав на экран меню (таблицу) настройки параметров осциллографа:




После того, как будут выставлены все настройки, нажать кнопку «ОК».

Развёртку желательно выбирать таким образом, чтобы на экране укладывалось 3–4 периода колебаний. Если амплитуда сигнала подходит к границам экрана, в таблице настройки следует изменить чувствительность.


7. Проверить период оцифровки, нажав кнопку  (установка частоты опроса датчика) – в окне должно быть выставлено значение 0,1.
8. Запустить измерения, нажав кнопку  (Ctrl+S) (запустить измерения для выбранных датчиков), и получить на экране синусоидальный сигнал. При малой амплитуде сигнала, возможно, что он окажется ниже порога запуска. В этом случае следует выбрать режим «автоматический».
9. Вращая ручку плавной регулировки «Частота Гц» генератора по часовой стрелке, получить на экране синусоиду с 3-4 периодами (это будет приблизительно соответствовать частоте 400 Гц), затем остановить измерения, нажав кнопку  (Ctrl+T) (остановить измерения).
10. Нажать кнопку переключения маркеров , вызвав тем самым на экран горизонтальные маркеры. Синий маркер (правая кнопка мыши) установить посередине синусоиды, а фиолетовый маркер (левая кнопка мыши) – в точку максимального значения сигнала.
11. Отжать кнопку переключения маркеров  обратно. С помощью двух вертикальных маркеров определить период колебаний, записанных на экране. Для этого установить зелёный маркер (правая

кнопка мыши) в одной из точек пересечения синусоиды с нулевой линией, а жёлтый маркер (левая кнопка мыши) – в точке, соответствующей завершению данного периода колебаний.

12. Нажать кнопку  в правом верхнем углу окна, отправив тем самым в таблицу обработки значения периода и амплитуды сигнала. На экране появится таблица (цифры условные):

Номер	$t, мс$	Периодов	$T, мс$	$\nu, кГц$	$U_0, В$	$I_0, мА$
1	1,900	1	1,900	0,526	0,402	

Если ввести число периодов (обычно 1), то программа сразу рассчитает период T и частоту ν колебаний. Эти значения появятся в соответствующих столбцах таблицы.

13. Открыть закладку «Исходные данные» и ввести с клавиатуры значение сопротивления $0,001 кОм$, (т.е. $1 Ом$). Вернуться в таблицу (нажав кнопку «Таблица»), при этом в последней колонке появится рассчитанное амплитудное значение силы тока I_0 (в $мА$) в колебательном контуре.
14. Закрыть таблицу, опять запустить измерения, нажав кнопку  (Ctrl+S) (запустить измерения для выбранных датчиков). При появлении окна «Очистить таблицу накопленных данных?» нажать кнопку «Нет». Затем увеличить значение частоты генератора и снова провести измерение амплитуды и частоты колебаний. Для получения гладкой резонансной кривой необходимо провести измерения для следующих значений частот: $400Гц, 425Гц, 450Гц, 475Гц, 500Гц, 525Гц, 550Гц, 575Гц, 600Гц, 625Гц, 650Гц, 675Гц, 700Гц, 725Гц, 750Гц, 775Гц, 800Гц, 825Гц, 850Гц, 875Гц, 900Гц, 925Гц, 950Гц, 975Гц, 1кГц, 1,25кГц, 1,5кГц, 1,75кГц, 2кГц$. Особенно внимательно следует проводить измерения в области максимальных амплитуд сигнала, где зависимость амплитуды от частоты наиболее резкая. После того, как ручка плавной регулировки «Частота Гц» достигнет цифры «10» (т.е. $10 \times 100 = 1000 Гц$), надо её обратно поставить на отметку «1», затем с помощью верхней кнопки «ДИАПАЗОН» установить множитель «1к» (т.е. $1 \times 1000 = 1000 Гц = 1 кГц$) и продолжить измерение амплитуды и частоты колебаний.
15. Завершив формирование таблицы (получив в области высоких частот амплитуды сигналов, примерно равные сигналам в

низкочастотной области), вывести на экран зависимость амплитуды силы тока от частоты (кнопка «График $I(\nu)$ »).

16. С помощью маркера определить резонансную частоту контура ($\nu_{\text{рез}}$), а также частоты ν_1 (на восходящей ветви) и ν_2 (на спадающей ветви), которые соответствуют «уровню 0,7» ($1/\sqrt{2}$) от максимального амплитудного значения силы тока I . Соответствующие значения частоты ν и силы тока I будут появляться в левом верхнем углу графика. Полученные данные записать в таблицу 1.

Таблица 1. Контур с резистором 1 Ом

$\nu_{\text{рез}}, \text{Гц}$	$\nu_1, \text{Гц}$	$\nu_2, \text{Гц}$	$L, \text{мГн}$ (10.7)	$Q_{\text{рез}}$ (10.8)	$Q_{\text{зат}}$ (10.10)

После таблицы оставить место для записи расчётных результатов (примерно половину страницы).

Упражнение 2

Снятие амплитудно-частотной характеристики контура с резистором 10 Ом

1. Закрыть окно «Обработка», ручку плавной регулировки «АМПЛИТУДА» установить на «0», а ручку плавной регулировки «Частота, Гц» установить на деление «1». Нажав нижнюю кнопку «ДИАПАЗОН», установить множитель «100».
2. Включить в схему резистор с номиналом сопротивления $R_{02} = 10 \text{ Ом}$.
3. Повторить пункты 4–12, аналогичным образом выполнив измерения.
4. Открыть закладку «Исходные данные» и ввести с клавиатуры значение сопротивления $0,01 \text{ кОм}$, (т.е. 10 Ом). Вернуться в таблицу (нажав кнопку «Таблица»), при этом в последней колонке появится рассчитанное амплитудное значение силы тока I_0 (в мА) в колебательном контуре.
5. Повторить пункты 14–16, аналогичным образом выполнив измерения. Результаты измерений записать в таблицу 2.

Таблица 2. Контур с резистором 10 Ом

$\nu_{\text{рез}}, \text{Гц}$	$\nu_1, \text{Гц}$	$\nu_2, \text{Гц}$	$L, \text{мГн}$ (10.7)	$Q_{\text{рез}}$ (10.8)	$Q_{\text{зат}}$ (10.10)

После таблицы оставить место для записи расчётных результатов (примерно половину страницы).

6. Указания по обработке результатов измерений

1. Используя полученные результаты, определить значение индуктивности катушки L для резисторов с сопротивлениями 1 Ом и 10 Ом :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \nu_{рез}^2 C} \quad (\text{два значения})$$

2. Определить значения добротности контура $Q_{рез}$, исходя из резонансных свойств контура, для резисторов с сопротивлениями 1 Ом и 10 Ом :

$$Q_{рез} = \frac{\nu_{рез.}}{\nu_2 - \nu_1} \cdot (\text{два значения})$$

3. Определить добротность контура $Q_{зат}$, используя значения электроёмкости конденсатора C и индуктивности катушки для схем с двумя различными сопротивлениями резисторов 1 Ом и 10 Ом :

$$Q_{зат} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot (\text{два значения})$$

При определении величины добротности $Q_{зат}$ следует учесть, что в выражении (10.10) $R = R_0 + R_k$ ($R_{катушки} = 1,4 \text{ Ом}$).

4. По графику резонансной кривой оценить погрешности определения величин $\nu_{рез}$, ν_1 и ν_2 . Оценить погрешности косвенного измерения при определении значений индуктивности L и добротности контура Q ($Q_{рез}$ и $Q_{зат}$). Записать все эти значения в стандартной форме представления экспериментальных результатов.

1) Контур с резистором $R = 1 \text{ Ом}$

$$\begin{aligned} a) \quad & \nu_{рез} = (\dots \pm \dots) \text{ Гц} \\ & \nu_1 = (\dots \pm \dots) \text{ Гц} \\ & \nu_2 = (\dots \pm \dots) \text{ Гц} \end{aligned}$$

б) Индуктивность L :

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{\langle L \rangle} =$$

$$\Delta L = \varepsilon_L \cdot L = \dots \text{ мГн}$$

$$L = (\dots \pm \dots) \text{ мГн}$$

в) Добротность $Q_{рез}$ («из резонансных свойств»):

$$\varepsilon_Q = \frac{\Delta Q_{рез}}{\langle Q_{рез} \rangle} =$$

$$\Delta Q = \varepsilon_Q \cdot Q_{рез} =$$

$$Q_{рез} = (\dots \pm \dots) \text{ ед.}$$

г) Добротность $Q_{зат}$ («из релаксационных свойств», т.е. из знания R, L, C):

$$\varepsilon_Q = \frac{\Delta Q_{зат}}{\langle Q_{зат} \rangle} =$$

$$\Delta Q = \varepsilon_Q \cdot Q_{зат} =$$

$$Q_{зат} = (\dots \pm \dots) \text{ ед.}$$

Сопоставить полученные результаты.

2) Контур с резистором $R = 10 \text{ Ом}$

а) $\nu_{рез} = (\dots \pm \dots) \text{ Гц}$
 $\nu_1 = (\dots \pm \dots) \text{ Гц}$
 $\nu_2 = (\dots \pm \dots) \text{ Гц}$

б) Индуктивность L :

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta L}{\langle L \rangle} =$$

$$\Delta L = \varepsilon_L \cdot L = \dots \text{ мГн}$$

$$L = (\dots \pm \dots) \text{ мГн}$$

в) Добротность $Q_{рез}$ («из резонансных свойств»):

$$\varepsilon_Q = \frac{\Delta Q_{рез}}{\langle Q_{рез} \rangle} =$$

$$\Delta Q = \varepsilon_Q \cdot Q_{рез} =$$

$$Q_{рез} = (\dots \pm \dots) \text{ ед.}$$

г) Добротность $Q_{зат}$ («из релаксационных свойств», т.е. из знания R, L, C):

$$\varepsilon_Q = \frac{\Delta Q_{зат}}{\langle Q_{зат} \rangle} =$$

$$\Delta Q = \varepsilon_Q \cdot Q_{зат} =$$

$$Q_{зат} = (\dots \pm \dots) \text{ ед.}$$

Сопоставить полученные результаты.

7. Контрольные вопросы

1. Что такое квазистационарный переменный ток?
2. Что называется электрическим колебательным контуром?
3. Каким образом возникают вынужденные колебания в колебательном контуре?
4. Чем определяется частота вынужденных колебаний в контуре?
5. Запишите дифференциальное уравнение для вынужденных колебаний в контуре.
6. Как выглядит решение дифференциального уравнения для вынужденных колебаний в контуре? Является ли оно общим или частным?
7. Что такое резонанс?
8. Что такое резонанс напряжений в последовательном контуре?
9. Что называется резонансной кривой?
10. Как зависит форма резонансной кривой от активного сопротивления контура?
11. Как зависит фаза колебаний силы тока в контуре от частоты приложенного напряжения?
12. Что означает термин «резонанс напряжений»?
13. При каком значении частоты приложенного напряжения максимальна амплитуда напряжения на конденсаторе?
14. Для какого контура можно наблюдать «резонанс (баланс) токов»?
15. Что называется добротностью колебательной системы?
16. Как добротность колебательного контура зависит от его параметров?
17. Как, пользуясь резонансной кривой, определить добротность колебательного контура?

8. Указания по технике безопасности

1. Перед выполнением работы получить инструктаж у лаборанта.
2. Соблюдать общие правила техники безопасности работы в лаборатории "Физика".

9. Приложения

Приложение 1. Оценка погрешности измерений.

Приложение 2. Датчики, интерфейсы, программное обеспечение.

Приложение 3. Справочные материалы.