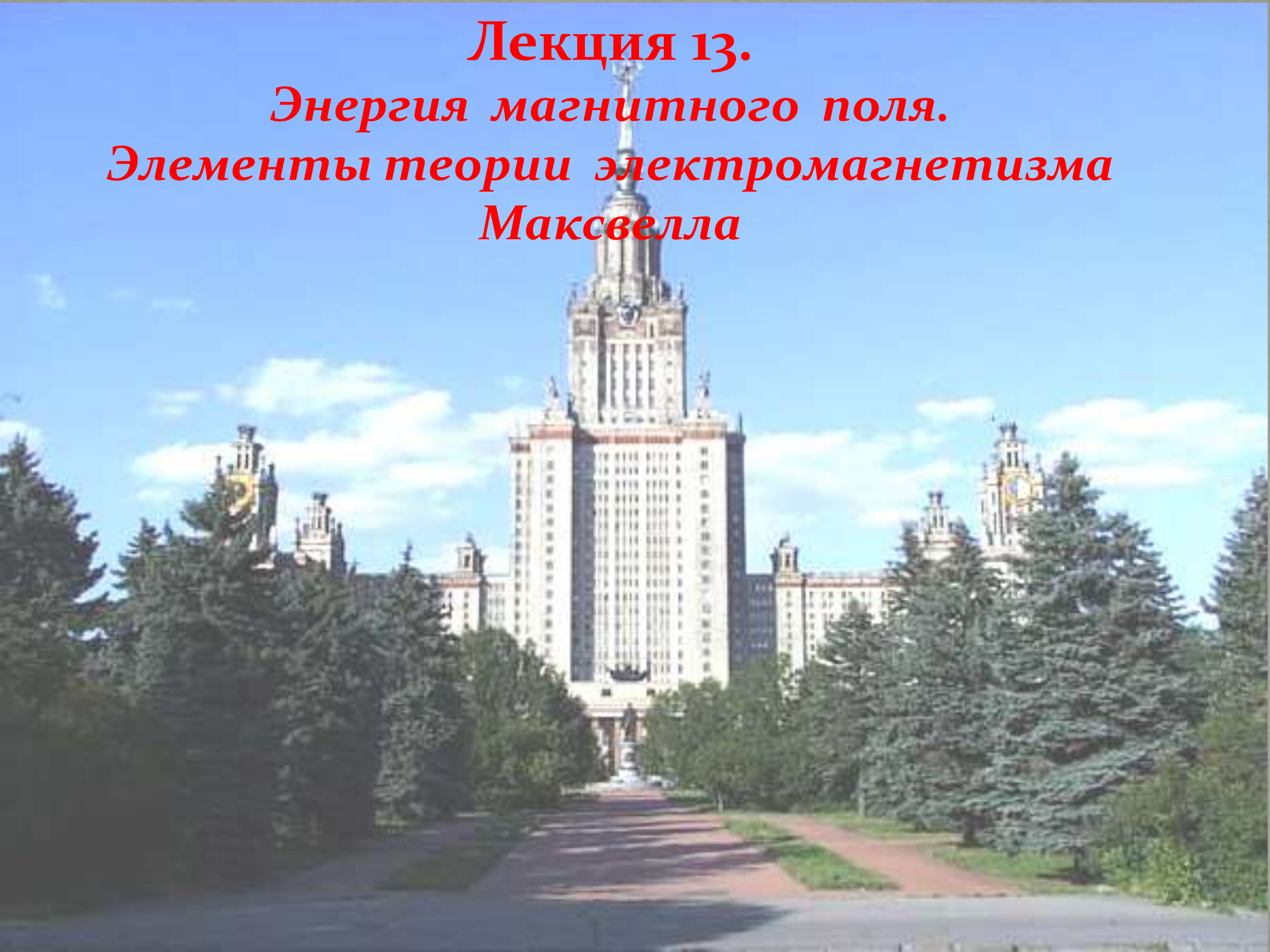
Лекция 13.
Энергия магнитного поля.
Элементы теории электромагнетизма Максвелла



$\Phi_s \sim I$ ➡ (*Опр.*) ***Индуктивность (коэффициент самоиндукции):***

L

$$\left(\frac{1\,Вб}{1\,A} = 1\,Гн\right)$$

$$\boxed{L = \frac{\Phi_s}{I}}$$

$$\Phi_s = L \cdot I \Rightarrow \mathcal{E}_{si} = -L\frac{dI}{dt}$$

- 1. *Размеры;*
- 2. *форма;*

А ещё ??

- *3. магнитная проницаемость (μ)*

Пример. **Индуктивность соленоида**

1) $B_s = \mu \cdot \mu_0 n I$; ⇐ ***Теорема о циркуляции*** *)

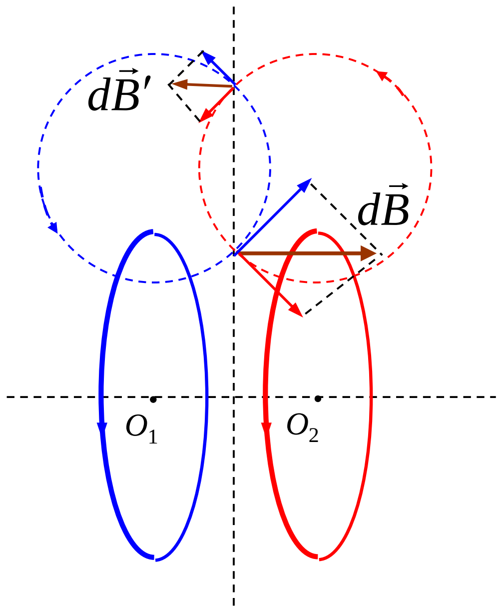
μ

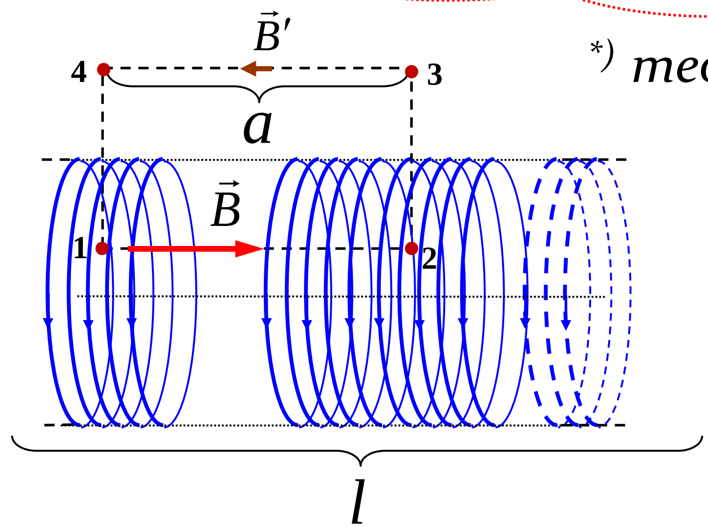
2) $\Phi_s = N \cdot \mu\mu_0 n I \cdot S = nl \cdot \mu\mu_0 n I \cdot S = \{\text{с учётом } V = Sl\} = \underline{\underline{\mu\mu_0 n^2 V}} \cdot I$

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

Расчёт циркуляции:

$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 \ldots + \int_3^4 \ldots + \int_4^1 \ldots = B \cdot a$$





*) *теорема о циркуляции:*

$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 NI$$

N – число витков на длине a

n – число витков на единице длины, т.е. N/a

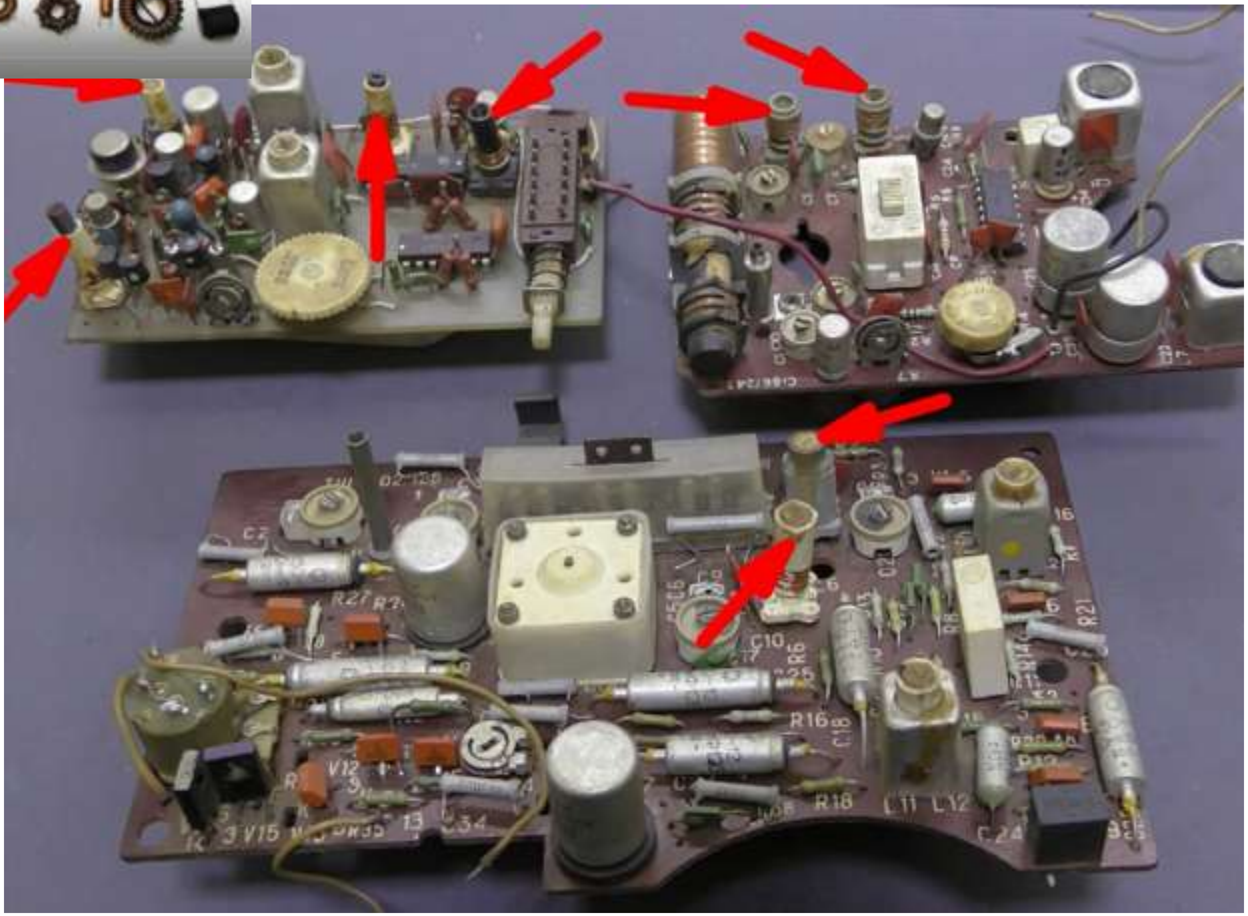
1) $B_s = \mu \cdot \mu_0 nI$;

μ *– учёт магнитных свойств «среды»*

2) $\Phi_s = N \cdot \mu\mu_0 nI \cdot S = nl \cdot \mu\mu_0 nI \cdot S = \{\text{с учётом } V = Sl\} = \mu\mu_0 n^2 V \cdot I$

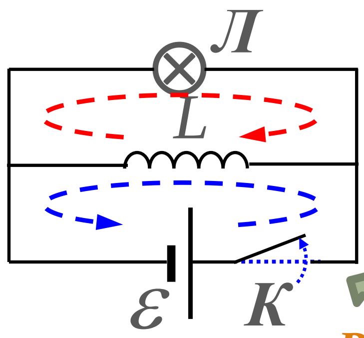
$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

Катушки индуктивности и их применение



16.5. Энергия магнитного поля

Выключаем, а ток есть $\Rightarrow$ "Работа тока" $\Rightarrow$



Свет/Тепло $\Rightarrow$ **!!**

Размыкаем ключ

Энергия

$$\delta A^{\text{ст}} = \mathcal{E}_{si} \cdot dq = -L\frac{dI}{dt} \cdot Idt = -L \cdot IdI \qquad > 0$$

$$A^{\text{ст}} = -L \cdot \int_{I_0}^{0} I\,dI = \frac{LI_0^2}{2}$$

$$W_м = \frac{LI^2}{2}$$

В общем случае поле вокруг проводов неоднородно.
Как "выразить" через **B**

??

(*Опр.*) ***Плотность энергии магнитно поля*** **:**

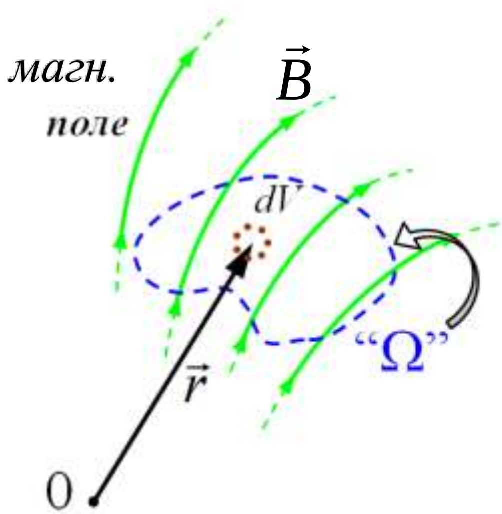
$$\boxed{w_м = \frac{\delta W_м}{dV}}$$

Внутри соленоида поле однородно $\Rightarrow$

$$w_м = \frac{W_м}{V}$$

(индуктивность соленоида: $L = \mu\mu_0 n^2 V$, магнитная индукция $B = \mu\mu_0 nI$)

$$W_м = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 V \cdot \left(\frac{B}{\mu\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}\cdot V$$



$$w_м = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Rem:

$$\left(w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \right)$$

$$W_м = \frac{1}{2\mu\mu_0}\int\limits_{"\Omega"} B^2(\vec{r})dV$$

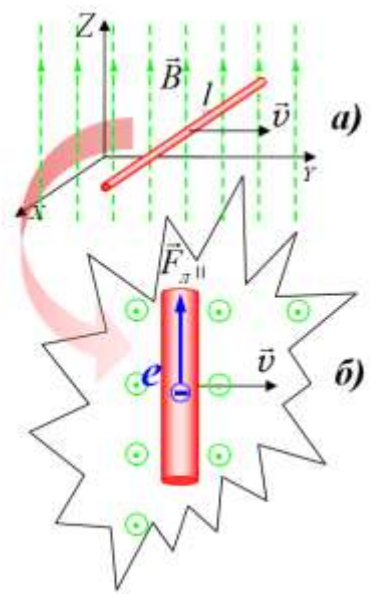
§ 19. Элементы теории электромагнетизма Максвелла

19.1. Трактовка Максвелла явления электромагнитной индукции

Фарадей для проводящих контуров: $\mathcal{E}_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

НО

контура нет, ЭМИ есть:

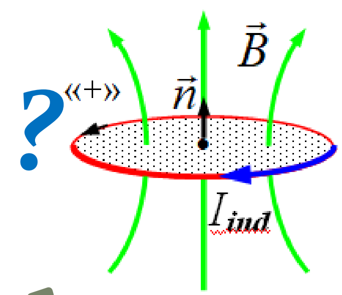


Недавно обсуждали:

Что «толкает электроны» **?**

$$\mathcal{E}_i = \frac{A^{ст}}{q} = \frac{q\upsilon Bl}{q}$$

А вот в этом случае **?**



$$\frac{A^{ст}}{q} = \mathcal{E}_i \qquad \frac{d\vec{B}}{dt}$$

Но какие «сторонние силы» совершают работу **??**

Максвелл: ***"Вихревое электрическое поле"*** **!!**

Работа электростатического поля по замкнутому контуру A равна нулю, а ВИХРЕВОГО - нет !

$$\oint_C (\vec{E}^*, d\vec{l}) \equiv \mathcal{E}_{ind}$$

$\vec{E}^*$ – *напряжённость вихревого электрического поля*

Если вспомним определение потока: $\Phi = \int_\Sigma (\vec{B}, d\vec{S})$

И подставим в закон ЭМИ: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

Получим:

$$\oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{d}{dt}\int_\Sigma (\vec{B}, d\vec{S})$$

(вслед за Максвеллом ☺)

А можно и вот так:

Уравнение Максвелла:

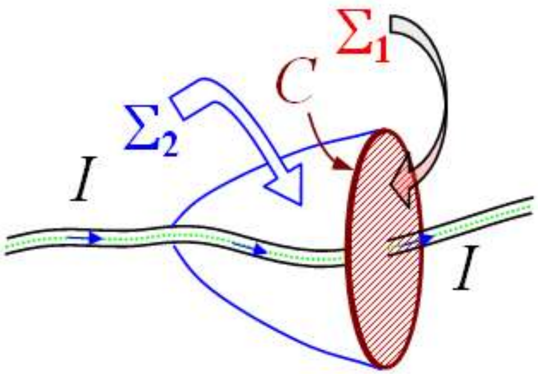
$$\oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_\Sigma \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$$

Электрические поля порождают не только заряды!

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E} \;!!$$

19.2. “Ток смещения”

“Магнитостатика” – ток постоянный:



И поле тоже!

“Один контур, два поверхности”:

$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l}\,) = \mu_0 \cdot I \qquad \left\{ \textbf{или} \quad \oint_C (\vec{B}, d\vec{l}\,) = \mu_0 \cdot \int_\Sigma (\vec{j}, d\vec{S}) \right\}$$

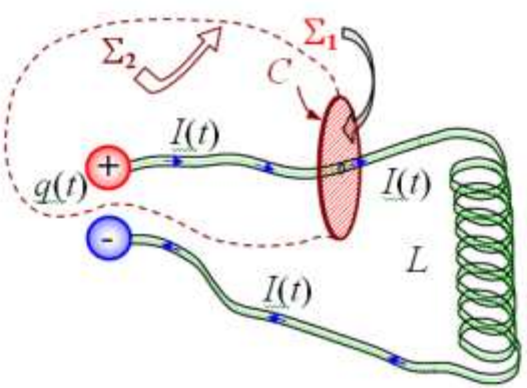
«левая часть» от выбора поверхности Σ_1 или Σ_2 не зависит **!**

В магнитостатике с теоремой о циркуляции всё в порядке – результат один: $\mu_0 I$

А если ток переменный – “Магнитодинамика”:

?

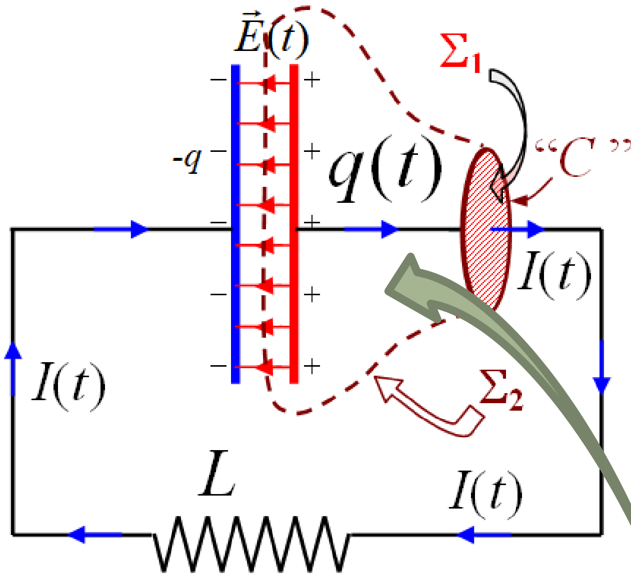
Например, “колебательный контур”



через поверхность “Σ_2” заряд не переносится !

… две поверхности, и результат
***РАЗНЫЙ*:**

Для Σ_1 **:** $\mu_0 \cdot \int\limits_{\Sigma_1} (\vec{j}, d\vec{S}) = \mu_0 \cdot I \neq 0$



, а вот для Σ_2 **:** $\mu_0 \cdot \int\limits_{\Sigma_2} (\vec{j}, d\vec{S}) = 0$ ***!***

⇒ Надо подправлять теорему !

Что-нибудь придумать для Σ_2
«вместо» $\mu_0 \cdot I$

Что же ?? **Мы знаем:** $I = \dfrac{dq}{dt}$

q – это заряд обкладки, и он внутри "$\Sigma_1 + \Sigma_2$"

$$\oint\limits_{\Sigma_1+\Sigma_2} (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\varepsilon_0} q \quad \Rightarrow \quad q = \varepsilon_0 \oint\limits_{\Sigma} (\vec{E}, d\vec{S}) \quad \Rightarrow \quad I = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left(\oint\limits_{\Sigma} (\vec{E}, d\vec{S}) \right)$$

И ещё раз: $I = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left[\oint_{\Sigma}(\vec{E}, d\vec{S})\right]$ ***или***

$$I^{см.} = \varepsilon\varepsilon_0 \oint_{\Sigma}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, d\vec{S}\right)$$

“Ток смещения”

Дж. К. Максвелл

“О физических силовых линиях”, «*Phylosophical Magazine*», 1862 г.

Замыкают токи проводимости в «разорванных» цепях –
цепях переменного тока
(там где нет переноса заряда)

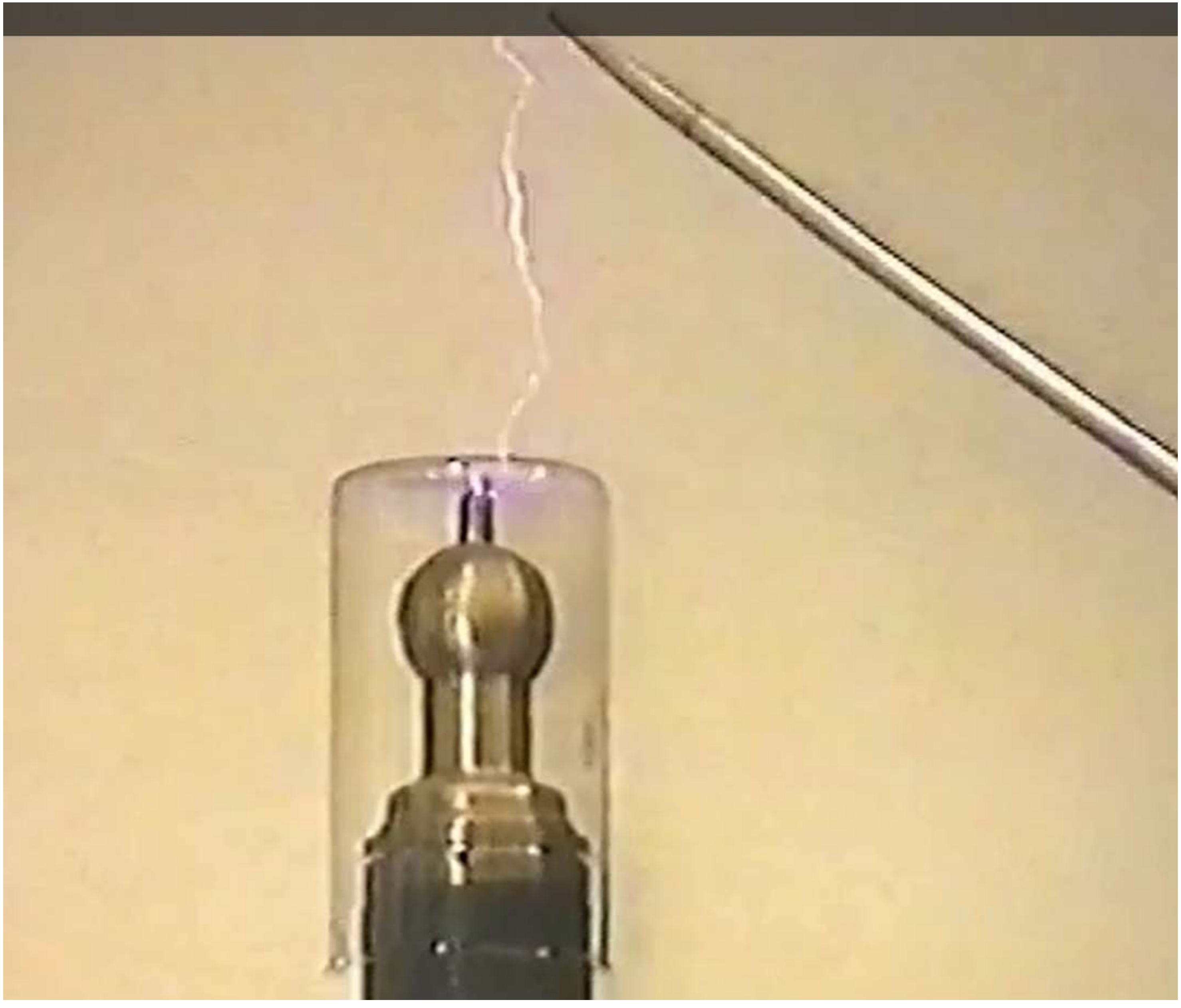
!!

“Симметрия” восстановлена:

ЭМИ и “ток смещения”

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E} \qquad\qquad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{B}$$

Токи смещения “замыкают” переменные токи проводимости



19.3. Уравнения Максвелла (в интегральной форме)

"Самое главное в теории электромагнетизма Максвелла – это уравнения Максвелла"

Генрих Герц

(I) $\oint\limits_{\Sigma}(\vec{E}, d\vec{S}) = \dfrac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} q\,;$ (теорема Гаусса – закон Кулона + принцип суперпозиции);

(II) $\oint\limits_{\Sigma}(\vec{B}, d\vec{S}) = 0;$ (теорема Гаусса для магнитного поля – магнитных зарядов в природе нет!);

(III) $\oint\limits_{C}(\vec{E}, d\vec{l}\,) = -\int\limits_{\Sigma}\left(\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right);$ (Закон электромагнитной индукции в трактовке Максвелла);

(IV) $\oint\limits_{C}(\vec{B}, d\vec{l}\,) = \mu\mu_0 \cdot \left\{\int\limits_{\Sigma}(\vec{j}, d\vec{S}) + \varepsilon\varepsilon_0 \int\limits_{\Sigma}\left(\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}, d\vec{S}\right)\right\}.$ (Теорема о циркуляции «подправленная» Максвеллом)

А что знаем в ЭМ ещё **?** ⇨ $\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$

Вот и вся "классическая электродинамика"! ☺ …

Конец XIX века – “Природа познана. Ура !!” ☺ …

“… кажется вероятным, что большинство основных принципов уже твёрдо установлено и что будущее продвижение вперёд следует искать в основном в строгом применении этих принципов ко всем явлениям, которые обращают на себя наше внимание. …
… Будущие истины физики видны в шестом знаке после запятой”

Альберт Майкельсон (Нобелевская премия 1907 г.)

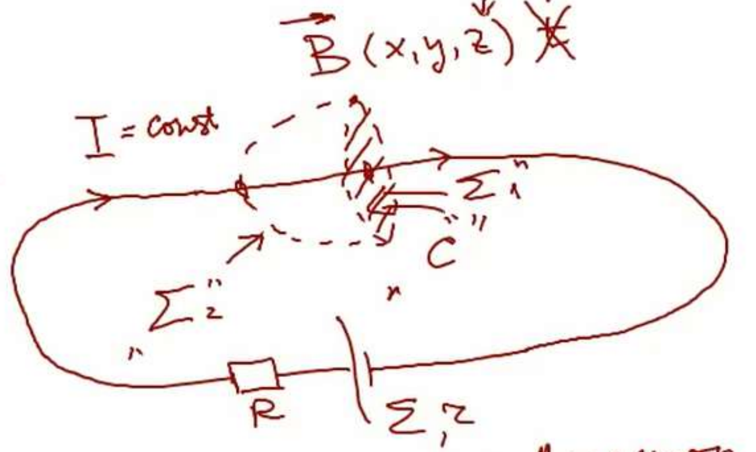
Новые открытия, сделанные в физике за последние несколько лет, …, оказали на учёных влияние, подобное воздействию Ренессанса на литературу …
На пути вздымаются ещё более высокие вершины, и они покорятся каждому, кто поднимается на них пока ещё широкими дорогами …

Дж.Дж. Томсон
лауреат Нобелевской премии, открывший электрон

доска

“Ток смещения”

а).



$$\oint_{"C"} (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I$$

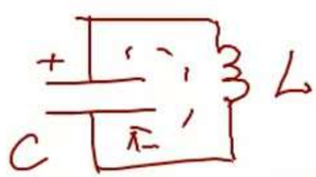
$$= \mu_0 \int_{"\Sigma"} (\vec{j}, d\vec{s})$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

„Магнитостатика"

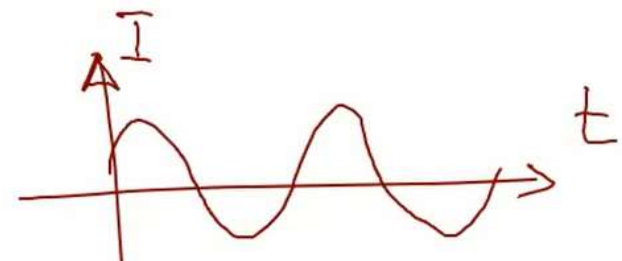
$B(t)$

б).



„Колеб. контур"

$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$



Резонансный трансформатор Тесла