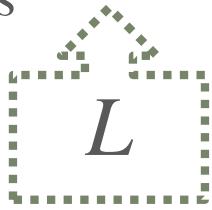


Лекция 14.
Энергия магнитного поля.
Элементы теории электромагнетизма
Максвелла



$\Phi_s \sim I$ \rightarrow (Опр.) Индуктивность (коэффициент самоиндукции):



$$\left(\frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}} = 1 \text{ Гн} \right)$$

$$L = \frac{\Phi_s}{I}$$

$$\Phi_s = L \cdot I \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{dI}{dt}$$

- 1. Размеры;
- 2. форма;

А ещё ??

- 3. магнитная проницаемость (μ)

Пример. Индуктивность соленоида

1) $B_s = \mu \cdot \mu_0 n I$; \leftarrow Теорема о циркуляции *)

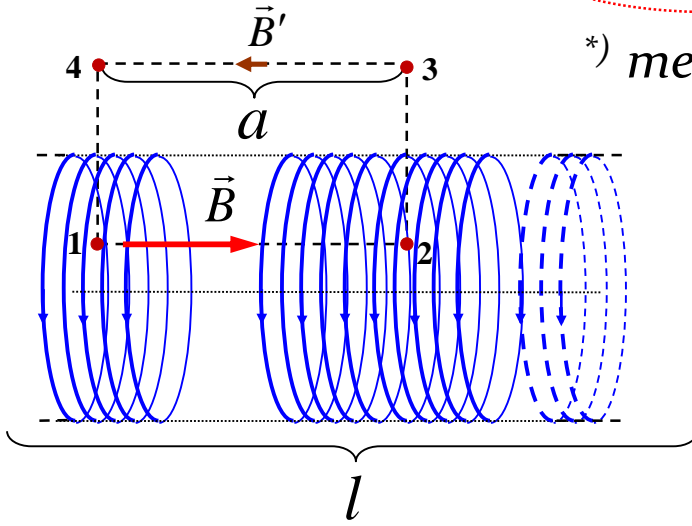
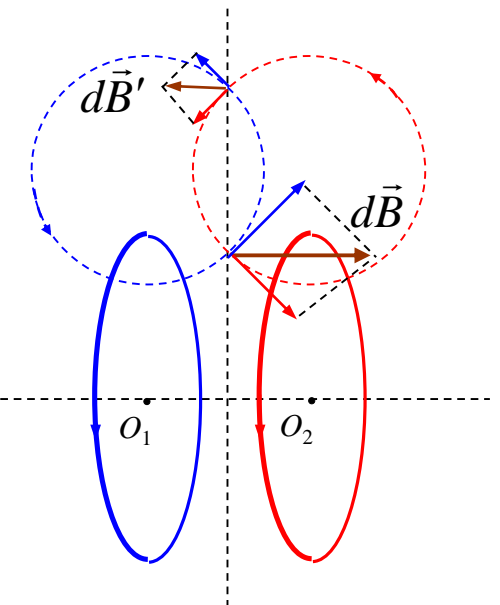


2) $\Phi_s = N \cdot \mu \mu_0 n I \cdot S = n l \cdot \mu \mu_0 n I \cdot S = \{ \text{с учётом } V = S l \} = \underline{\underline{\mu \mu_0 n^2 V \cdot I}}$

$$L = \mu \mu_0 n^2 V$$

Расчёт циркуляции:

$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 \dots + \int_3^4 \dots + \int_4^1 \dots = B \cdot a$$



*) теорема о циркуляции:

$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 NI$$

N – число витков на длине a

n – число витков на единице длины, т.е. N/a

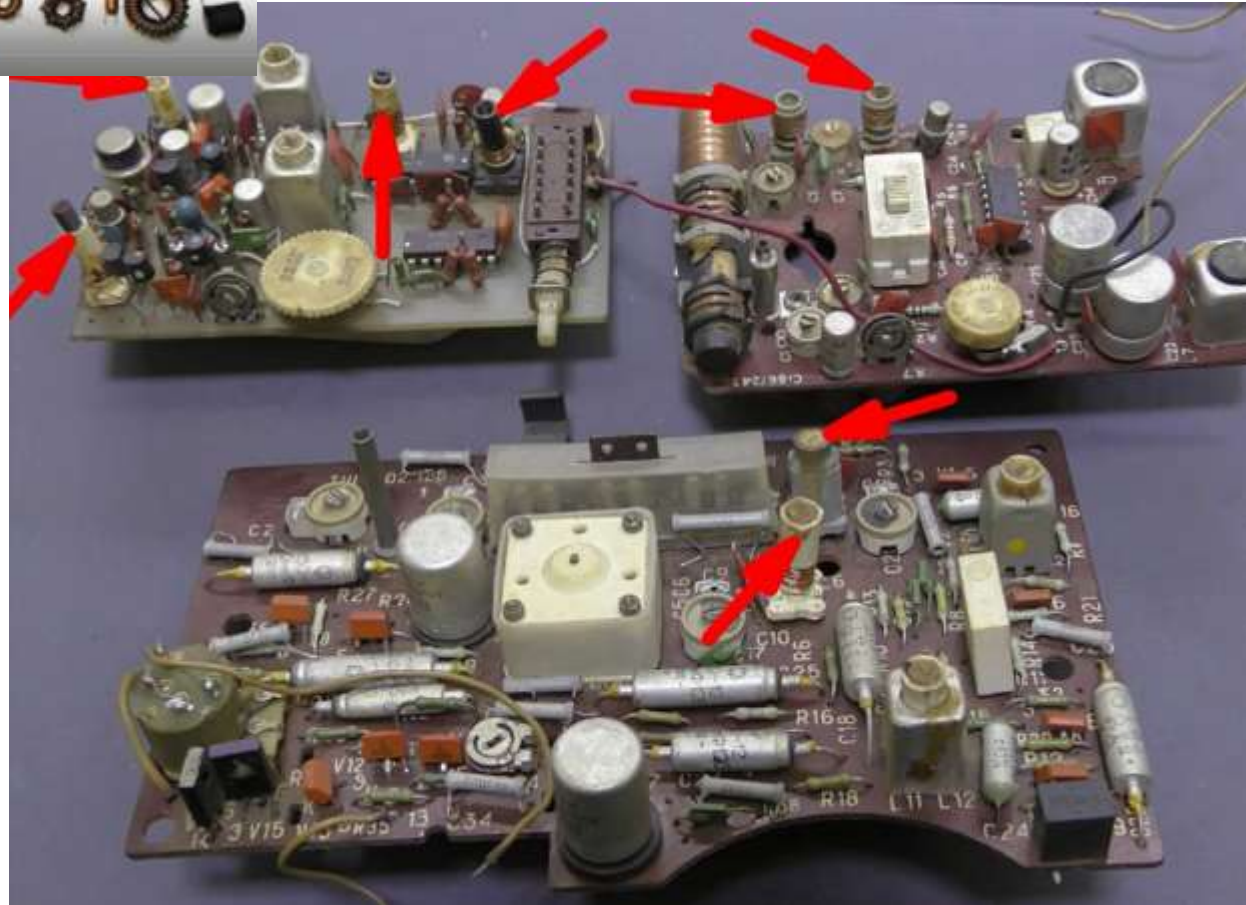
1) $B_s = \mu \cdot \mu_0 nI$;

μ – учёт магнитных свойств «среды»

2) $\Phi_s = N \cdot \mu \mu_0 nI \cdot S = nl \cdot \mu \mu_0 nI \cdot S = \{ \text{с учётом } V = Sl \} = \underline{\underline{\mu \mu_0 n^2 V \cdot I}}$

$L = \mu \mu_0 n^2 V$

Катушки индуктивности и их применение



16.5. Энергия магнитного поля



$$\delta A^{\text{ст}} = \mathcal{E}_{si} \cdot dq = -L \frac{dI}{dt} \cdot Idt = -L \cdot IdI > 0$$

$$A^{\text{ст}} = -L \cdot \int_{I_0}^0 I dI = \frac{LI_0^2}{2}$$

$$W_m = \frac{LI^2}{2}$$

В общем случае поле вокруг проводов неоднородно.
Как “выразить” через B

??

➡ (Опр.) Плотность энергии магнитно поля :

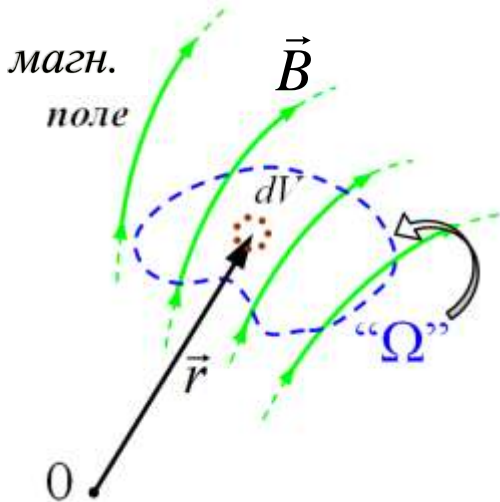
$$w_m = \frac{\delta W_m}{dV}$$

Внутри соленоида поле однородно ⇒

$$w_m = \frac{W_m}{V}$$

(индуктивность соленоида: $L = \mu\mu_0 n^2 V$, магнитная индукция $B = \mu\mu_0 n I$)

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu\mu_0 n^2 V \cdot \left(\frac{B}{\mu\mu_0 n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot V$$



$$w_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$



Rem:

$$\left(w_e = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} \right)$$

$$W_m = \frac{1}{2\mu\mu_0} \int_{\Omega} B^2(\vec{r}) dV$$

§ 19. Элементы теории электромагнетизма Максвелла

19.1. Трактовка Максвелла явления электромагнитной индукции

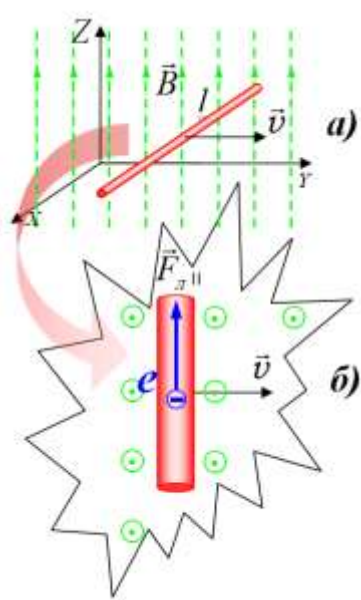
Фарадей для проводящих контуров: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

НО

контур нет, ЭМИ есть:

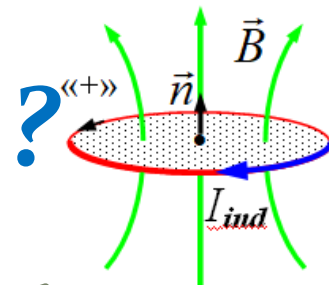
Недавно обсуждали:

Что «толкает электроны»? ?



$$\mathcal{E}_i = \frac{A^{cm}}{q} = \frac{qvBl}{q}$$

А вот в этом случае ?



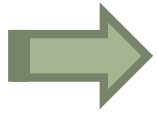
$$\frac{A^{cm}}{q} = \mathcal{E}_i$$

$$\frac{d\vec{B}}{dt}$$

Но какие «сторонние силы» совершают работу ??

Максвелл: «Вихревое электрическое поле» !!

Работа электростатического поля по замкнутому контуру A равна нулю, а ВИХРЕВОГО - нет !



$$\oint_C (\vec{E}^*, d\vec{l}) \equiv \mathcal{E}_{ind}$$

\vec{E}^* – напряжённость вихревого электрического поля

Если вспомним определение потока: $\Phi = \int_{\Sigma} (\vec{B}, d\vec{S})$

И подставим в закон ЭМИ: $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$

Получим:

$$\oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{d}{dt} \int_{\Sigma} (\vec{B}, d\vec{S}) \quad (\text{вслед за Максвеллом 😊})$$

А можно и вот так:

Уравнение Максвелла:



$$\oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_{\Sigma} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$$

Электрические поля порождают не только заряды!

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E} \quad !!$$

19.2. “Ток смещения”

“Магнитостатика” – ток постоянный:

И поле тоже!

“Один контур, две поверхности”:

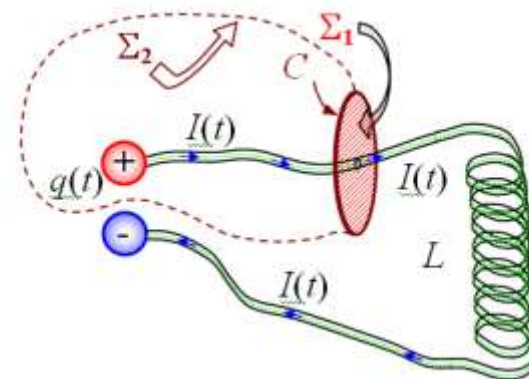
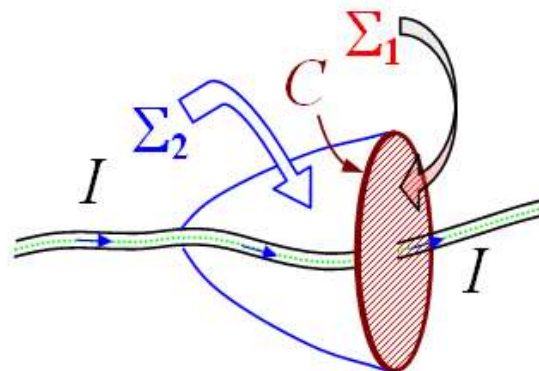
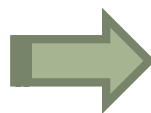
$$\oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \cdot I \quad \left\{ \text{или} \quad \oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \cdot \int_{\Sigma} (\vec{j}, d\vec{S}) \right\}$$

«левая часть» от выбора поверхности Σ_1 или Σ_2 не зависит !
В магнитостатике с теоремой о циркуляции всё в порядке – результат один: $\mu_0 I$

А если ток переменный – “Магнетодинамика”:

?

Например,
“колебательный контур”



через поверхность “ Σ_2 ” заряд не переносится !

... две поверхности, и результат
РАЗНЫЙ:

Для Σ_1 : $\mu_0 \cdot \int_{\Sigma_1} (\vec{j}, d\vec{S}) = \mu_0 \cdot I \neq 0$

, а вот для Σ_2 : $\mu_0 \cdot \int_{\Sigma_2} (\vec{j}, d\vec{S}) = 0$!

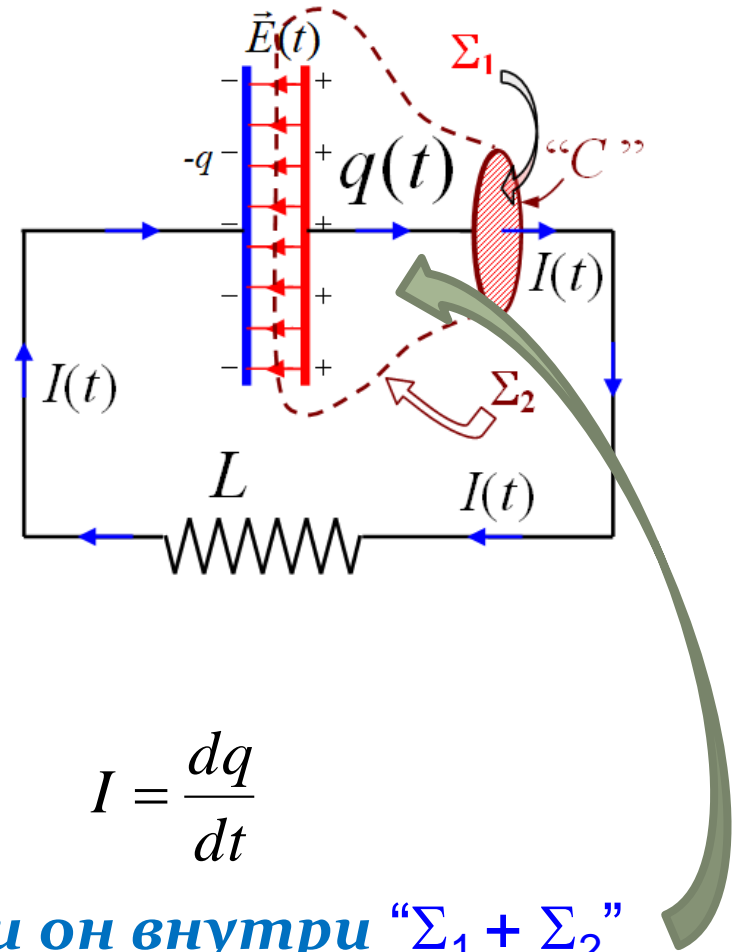
⇒ Надо подправлять теорему !

*Что-нибудь придумать для Σ_2
«вместо» $\mu_0 \cdot I$*

Что же ?? Мы знаем: $I = \frac{dq}{dt}$

q – это заряд обкладки, и он внутри “ $\Sigma_1 + \Sigma_2$ ”

$$\oint_{\Sigma_1 + \Sigma_2} (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} q \Rightarrow q = \epsilon_0 \oint_{\Sigma} (\vec{E}, d\vec{S}) \Rightarrow I = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\oint_{\Sigma} (\vec{E}, d\vec{S}) \right)$$



И ещё раз: $I = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \left[\oint_{\Sigma} (\vec{E}, d\vec{S}) \right]$ **или**

“Ток смещения”

$$I^{см.} = \varepsilon \varepsilon_0 \oint_{\Sigma} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, d\vec{S} \right)$$

Дж. К. Максвелл

“О физических силовых линиях”, «*Phylosophical Magazine*», 1862 г.

Замыкают токи проводимости в
«разорванных» цепях –
цепях переменного тока
(там где нет переноса заряда)

!!

“Симметрия” восстановлена:

ЭМИ и “ток смещения”

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{E} \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{B}$$

Токи смещения “замыкают” переменные токи проводимости



19.3. Уравнения Максвелла (в интегральной форме)

“Самое главное в теории электромагнетизма Максвелла – это уравнения Максвелла”

Генрих Герц

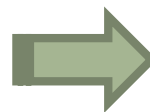
$$(I) \quad \oint_{\Sigma} (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} q; \quad (\text{теорема Гаусса – закон Кулона + принцип суперпозиции});$$

$$(II) \quad \oint_{\Sigma} (\vec{B}, d\vec{S}) = 0; \quad (\text{теорема Гаусса для магнитного поля – магнитных зарядов в природе нет!});$$

$$(III) \quad \oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = - \int_{\Sigma} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right); \quad (\text{Закон электромагнитной индукции в трактовке Максвелла});$$

$$(IV) \quad \oint_C (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu\mu_0 \cdot \left\{ \int_{\Sigma} (\vec{j}, d\vec{S}) + \varepsilon\varepsilon_0 \int_{\Sigma} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, d\vec{S} \right) \right\}. \quad (\text{Теорема о циркуляции «подправленная» Максвеллом})$$

А что знаем в ЭМ ещё ?



$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$

Вот и вся “классическая электродинамика”! ☺ ...

Конец XIX века – “Природа познана. Ура !!” ☺ ...

“... кажется вероятным, что большинство основных принципов уже твёрдо установлено и что будущее продвижение вперёд следует искать в основном в строгом применении этих принципов ко всем явлениям, которые обращают на себя наше внимание. ...

... Будущие истины физики видны в шестом знаке после запятой”

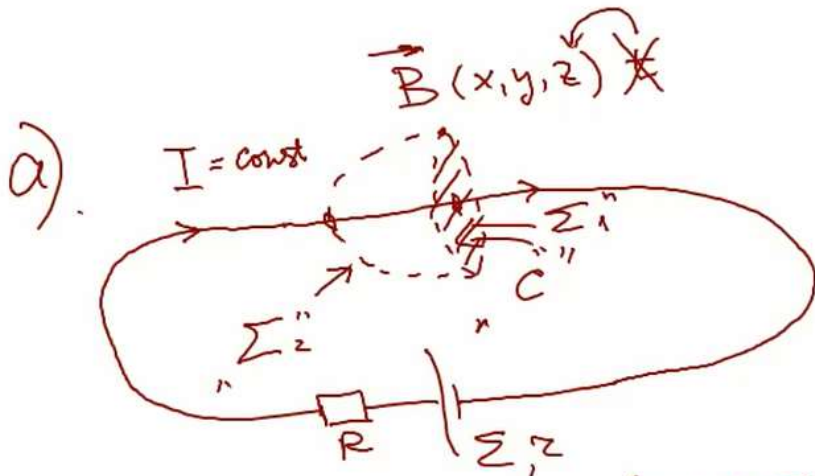
Альберт Майкельсон (Нобелевская премия 1907 г.)

Новые открытия, сделанные в физике за последние несколько лет, ..., оказали на учёных влияние, подобное воздействию Ренессанса на литературу ...

На пути вздымаются ещё более высокие вершины, и они покорятся каждому, кто поднимается на них пока ещё широкими дорогами ...

Дж.Дж. Томсон
лауреат Нобелевской премии, открывший электрон

“Ток смещения”

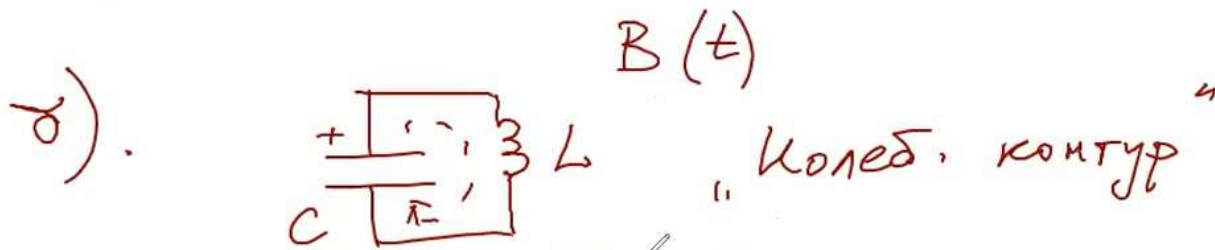


$$\oint_{\Sigma} (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 I$$

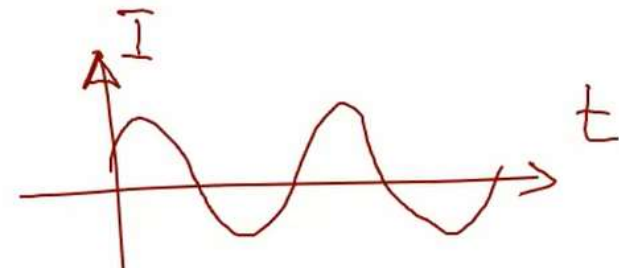
$$= \mu_0 \int_{\Sigma} (\vec{j}, d\vec{S})$$

$$I = \frac{\Sigma}{R + Z}$$

“Магнитно
Статика”



$$I(t) = I_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$



Резонансный трансформатор Тесла

Schematic:

