

Лекция 1. Механика Ньютона. Кинематика



φ υ σ i ζ

Курс: “Механика.
Электричество и магнетизм”

<http://vega.phys.msu.ru/>

- “В науке необходимо воображение. Она не исчерпывается целиком ни математикой, ни логикой, в ней есть что-то от красоты и поэзии”
 - М. Митчелл, 1860

Часть I. Механика Ньютона

“Если я видел дальше, чем другие, то лишь потому, что стоял на плечах Гигантов” –
Исаак Ньютон

“Классическая механика”

1687

“Новые горизонты”

2025, ...

“Математические начала
натурфилософии”

1687



Наша солнечная система

Н. Коперник

(«О вращении небесных сфер» 1543 г.)

Г. Галилей (1564 — 1642 гг.)

И. Кеплер

(«Новая астрономия» 1609 г.)

Ньютон

1643 – 1727 гг.

$M_3/500$

Pluto



1930, К. Томбо

1781 г., У. Гершель

Uranus

1846, И. Галле

Neptune

$17M_3$



Asteroid belt

Sun

Mercury

Venus

Jupiter

Mars

Earth

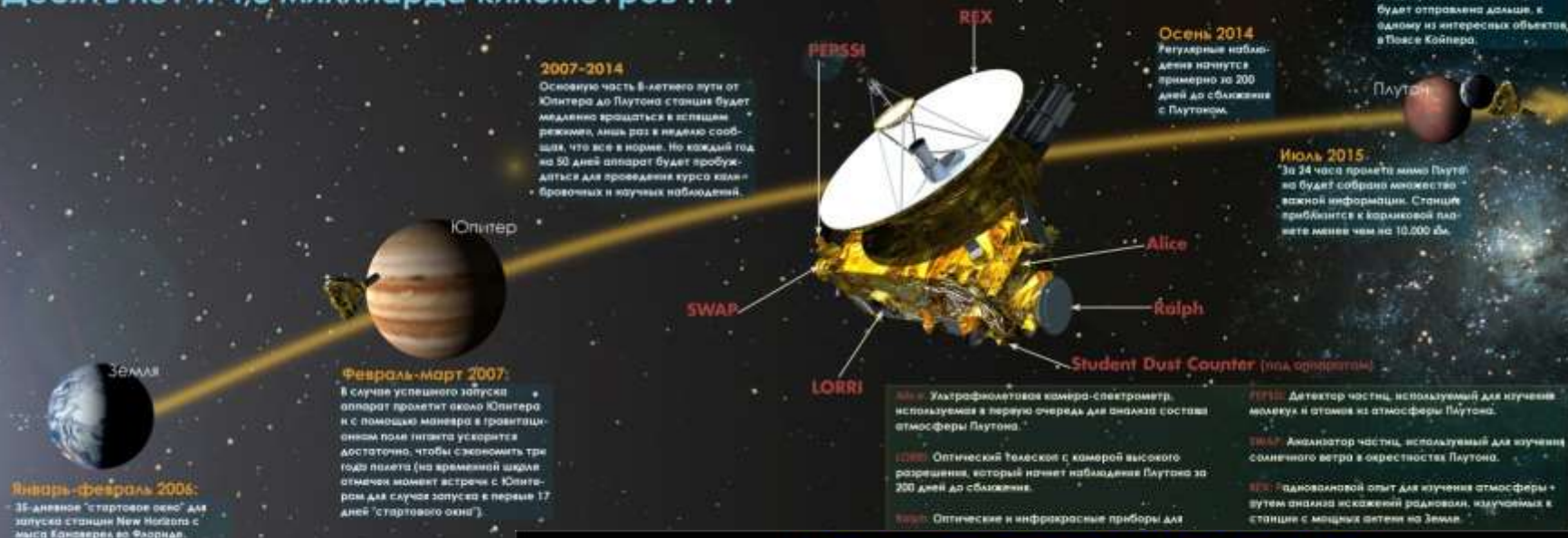
Saturn



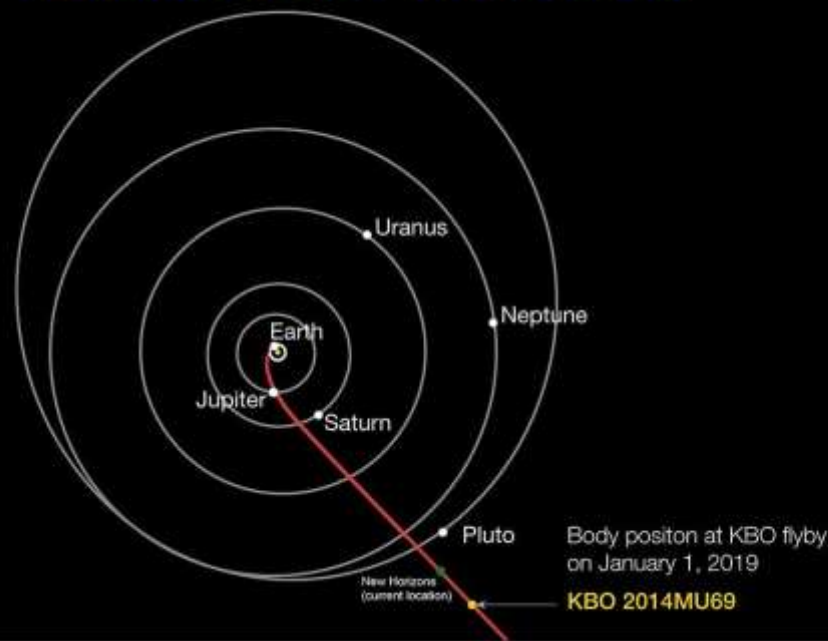
«Розетта» / «Новые Горизонты»

Миссия – “Новые горизонты” (2006 – 2035)

Десять лет и 4,8 миллиарда километров ...



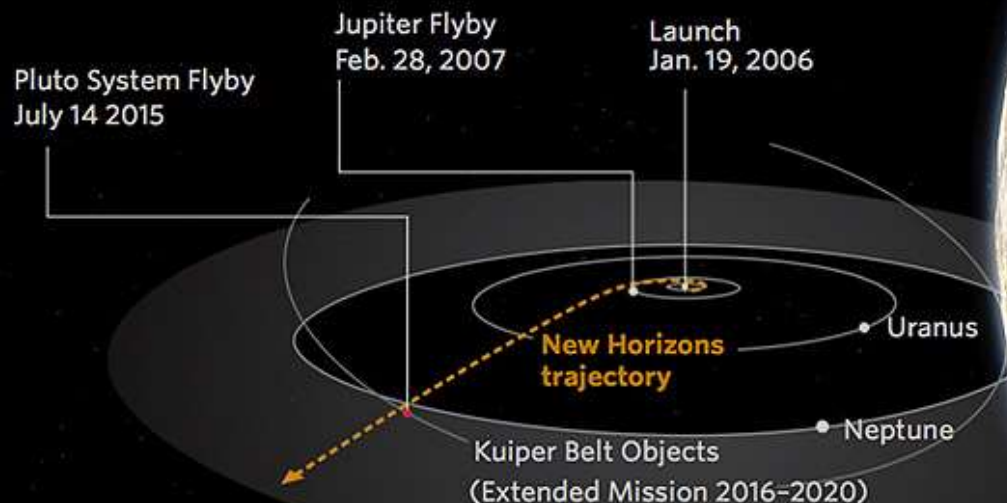
New Horizons: What's Next



Миссия – “Новые горизонты”

Новые Горизонты
расширенная миссия

следующий объект
2014 MU69



А где у нас север ??



Юла-Гироскоп



§ 1. Кинематика материальной точки

(κίνησις - движение)

*“Незнание движения необходимо
влечёт незнание природы” –*

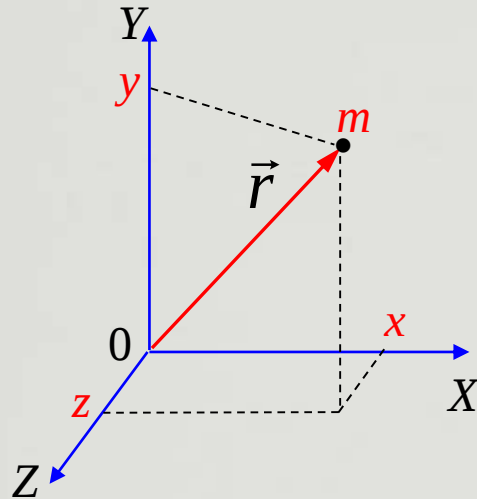
Аристотель (IV век до н.э.)

1.1. Основные понятия кинематики

- **(Опр.)** Механическое движение – это изменение положения тел в пространстве (т.е. относительно других тел) с течением времени
- **(Опр.)** Материальная точка – тело, размерами которого можно пренебречь в условиях конкретной задачи
- **(Опр.)** Система отсчёта включает тело отсчета (ТО), а также прибор для измерения времени
- **(Опр.)** Траектория – это линия в пространстве, вдоль которой движется материальная точка

1.2. Линейные кинематические характеристики

1.2.1. Радиус-вектор



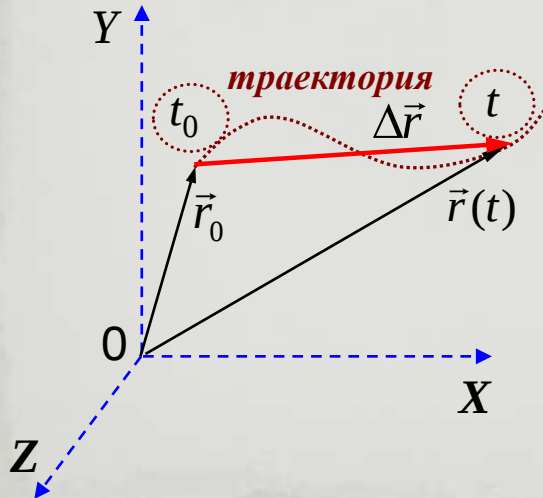
$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z$$

“Закон движения”:

$$\begin{cases} x = x(t); \\ y = y(t); \\ z = z(t). \end{cases} \quad \text{или} \quad \vec{r} = \vec{r}(t).$$

1.2.2. Путь

➡ (Опр.) Путь – это длина участка траектории между начальным и конечным положениями



1.2.3. Перемещение

➡ (Опр.) Перемещением за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ называется вектор $\Delta \vec{r}$, соединяющий положение точки в момент времени t_1 с её положением в момент времени t_2

1.2.4. Скорость

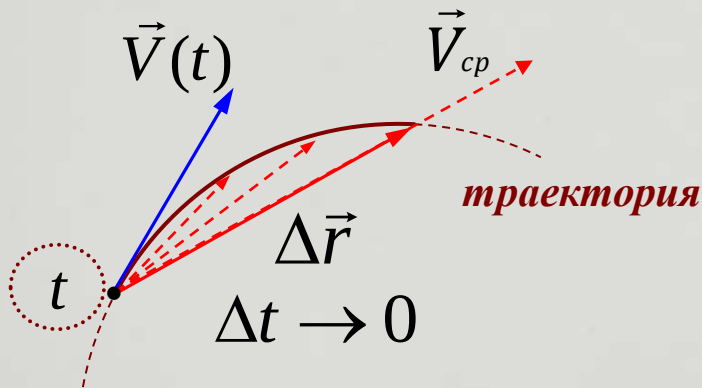
$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

0

■ **(Опр.)** Средняя скорость – отношение перемещения к интервалу времени движения

■ **(Опр.)** Мгновенная скорость – предельное значение средней скорости при уменьшении временного интервала $\Delta t \rightarrow 0$ (на «бесконечно коротком» участке траектории):

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{r}}{dt}$$

по касательной !

Путевая скорость

$$v_{cp} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt}$$

Д.3.:

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

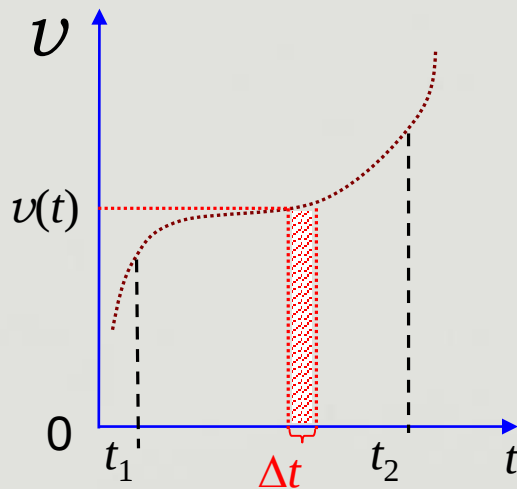
$$V_y = \frac{dy}{dt}$$

$$V_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\vec{V} = V_x \cdot \vec{e}_x + V_y \cdot \vec{e}_y + V_z \cdot \vec{e}_z$$

$$|\vec{V}| = v$$

$$v = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$



$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} V_x(t) dt$$

$$\Delta y = \int_{t_1}^{t_2} V_y(t) dt ;$$

$$\Delta z = \int_{t_1}^{t_2} V_z(t) dt,$$

$$\Delta l = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Пример 1.1. **Равномерное движение**

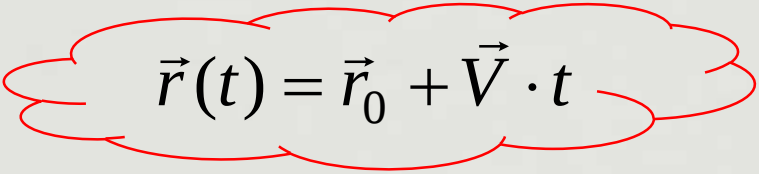
➡ **(Опр.)** Равномерным называется движение, при котором МТ за любые равные интервалы времени совершает равные перемещения
(Г. Галилей)



$$\vec{V} = const$$

$$V_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = V_x \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\vec{V} = \vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{V}(t) dt = \vec{V} \cdot \Delta t \Rightarrow$$


$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V} \cdot t$$

$$x(t) = x_0 + V_x \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + V_y \cdot t;$$

$$z(t) = z_0 + V_z \cdot t.$$

А если $\vec{V} \neq const$??

Ускорение !



1.2.5. Ускорение

➡ (Опр.) Ускорением называется производная скорости по времени:


$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \equiv \dot{\vec{V}}$$
$$\Delta\vec{V} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a}(t) dt$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{e}_x + a_y \cdot \vec{e}_y + a_z \cdot \vec{e}_z,$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt},$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt},$$

$$a_z = \frac{dV_z}{dt}.$$

Пример 1.2. Равнопеременное движение

➡ (Опр.) Движение МТ называется равнопеременным, если за любые равные интервалы времени Δt происходят равные изменения скорости
(Г. Галилей)


$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt \Rightarrow \vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \vec{a} \cdot t;$$
$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{V}(t) dt \Rightarrow \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{V}_0 \cdot t + \frac{\vec{a} t^2}{2}.$$

$$\vec{a} = \text{const}$$

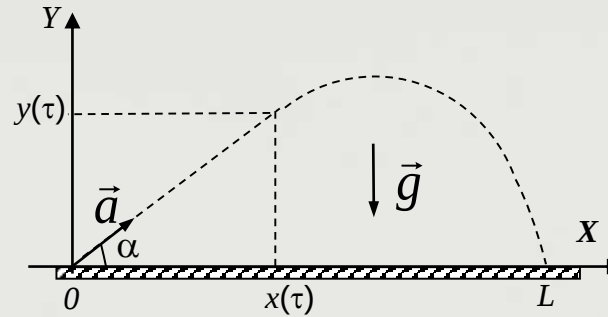
$$x(t) = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2},$$

Пример 1.3. Движение тел, брошенных вблизи поверхности Земли
(сопротивление воздуха пренебрежимо мало)

← Д.З.

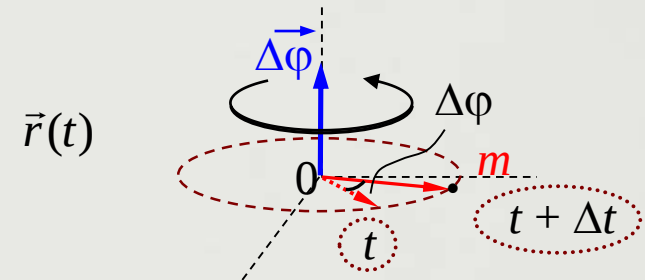
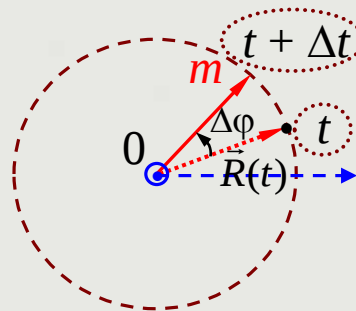
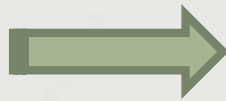
Задача 1.1. (Про ракету) ...

Найдите ошибку в решении ?



1.3. Угловые кинематические характеристики

1.3.1. Угловое перемещение

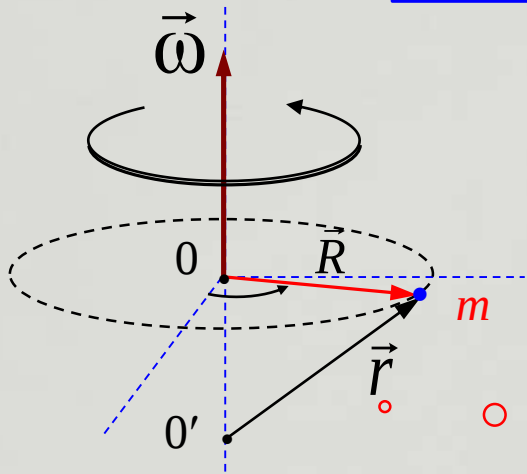


➡ (Опр.) За направление вектора $\vec{\Delta\phi}$ принимается направление поступательного перемещения правого винта – «буравчика» при повороте его рукоятки в направлении вращения радиус-вектора

1.3.2. Угловая скорость

➡ (Опр.)

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$



$$v = \frac{dl}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot R = \omega \cdot R$$

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$$

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$$

Д.3.

1.3.3. Угловое ускорение

➡ (Опр.)

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

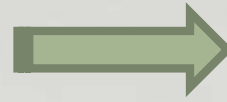
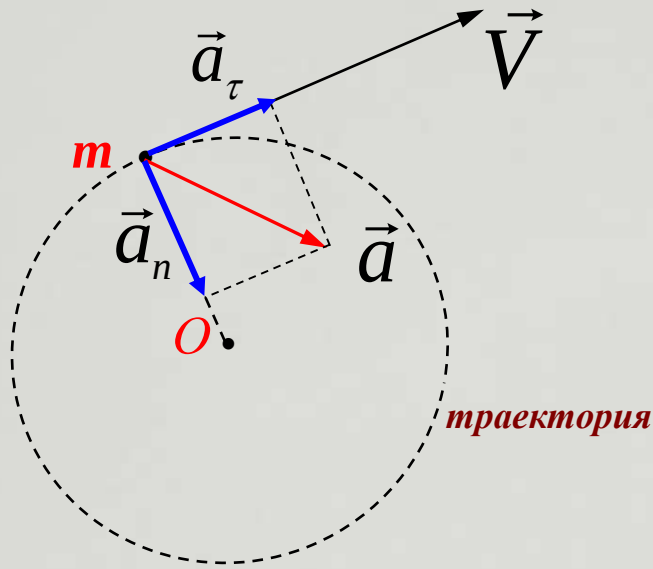
$$\left(\text{или } \vec{\beta} \equiv \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{\varphi}} \right)$$



$$\Delta \vec{\omega}(t) = \int_0^t \vec{\beta}(t) dt,$$

$$\Delta \vec{\varphi} = \int_0^t \vec{\omega}(t) dt.$$

1.4. Ускорение при движении по окружности



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(v \cdot \vec{\tau}) = \underbrace{\frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}}_{\vec{a}_\tau} + v \cdot \underbrace{\frac{d\vec{\tau}}{dt}}_{\vec{a}_n}$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\beta} \cdot \vec{R}]$$

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R}$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{a}_n = v \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

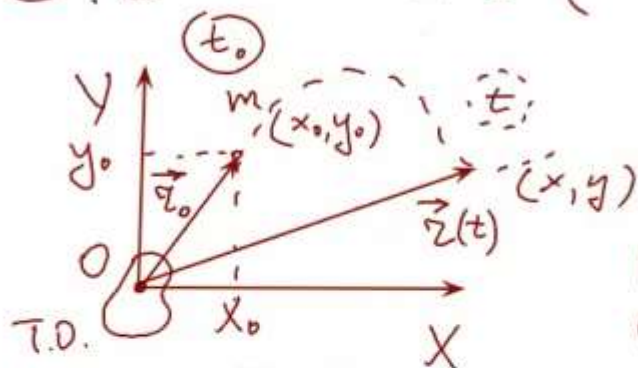
или
$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}$$

(Опр.)

Доска 1

$$C.O. = T.O.(c.k.) + \cancel{t}$$

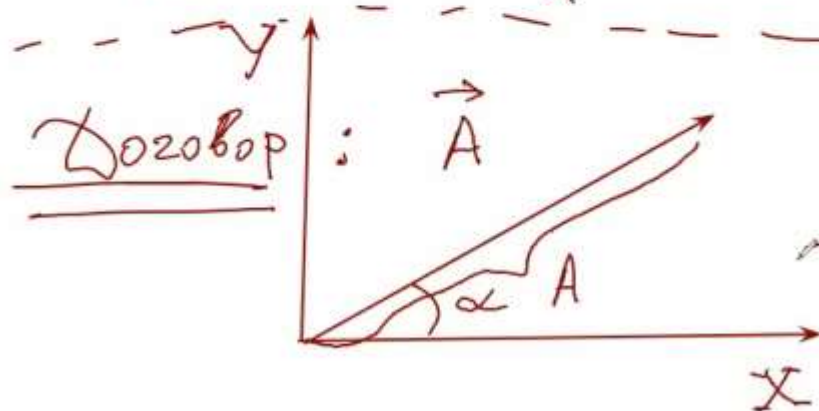
Закон движения



$\vec{r}_0$ - радиус

$$y = f(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r} = \vec{r}(t) \\ x = x(t) \\ y = y(t) \end{array} \right.$$



Договор :

$\vec{A}$

$$|\vec{A}| \equiv \underline{\underline{A}}, \alpha$$

$$A_x = A \cdot \cos \alpha$$

$$A_y = A \cdot \sin \alpha$$

A_x

A_y

проекции

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{|A_y|}{|A_x|}$$

$$\Delta t = t - t_0 \quad (t_0 = 0)$$

$$\vec{S} \equiv \Delta \vec{r}; \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \Delta \vec{r}$$

перемещение $\rightarrow \underline{\underline{\Delta \vec{r}}} = \vec{r}(t) - \vec{r}_0$

Доска 2

$$\underline{\underline{y = f(x) ; y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \equiv \frac{df}{dx} \quad - \text{ "производная" }}}$$

↑
"дифференциал" $\equiv$ б.м. Δ
↓

$$f(x, y, z, t, p, \tau, \dots)$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

Speed

↔ Velocity

$$\frac{\partial f}{\partial t}$$

$\partial t \leftarrow$ по времени

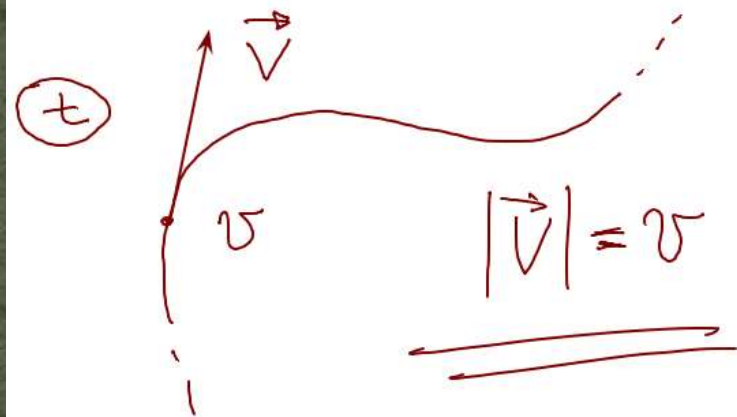
$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

Доска 3

$$y = f(x) ; y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \equiv \frac{df}{dt} \quad - \text{ "производная"}$$

↑
дифференциал $\equiv \delta.м. \Delta$



Vega. phys. msu. ru

C.O.

(T.O.) + ~~(t)~~