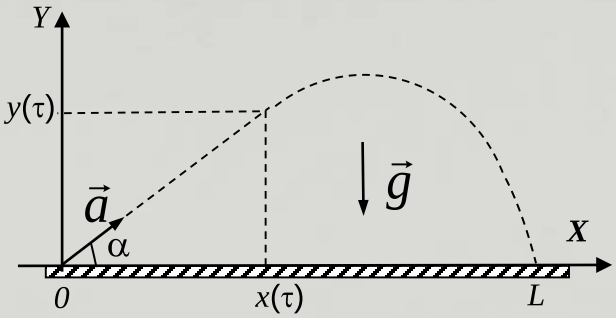
Лекция 2. *Кинематика твёрдого тела. Динамика МТ* *(Законы Ньютона)*

Пример 1.3. Движение тел, брошенных вблизи поверхности Земли
(сопротивление воздуха пренебрежимо мало)

Д.З.

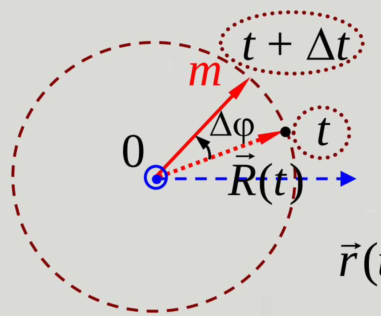
Задача 1.1. (Про ракету) …

Найдите ошибку в решении?

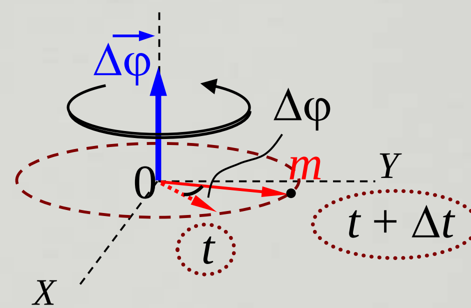


1.3. Угловые кинематические характеристики

1.3.1. Угловое перемещение



$$\vec r(t) \to \vec R(t)$$

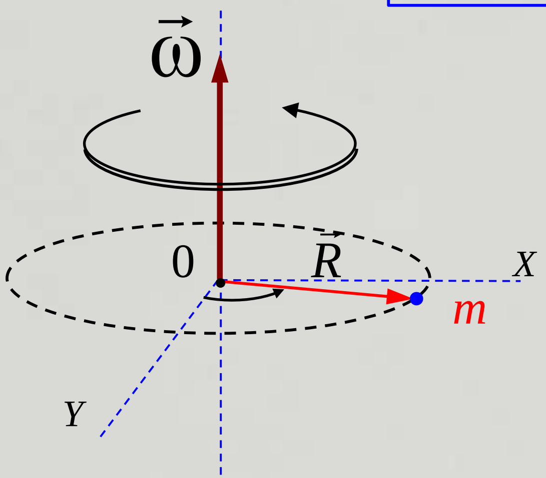


(***Опр.***) ***За направление вектора $\overrightarrow{\Delta\varphi}$ принимается направление поступательного перемещения правого винта – «буравчика» при повороте его рукоятки в направлении вращения радиус-вектора***

1.3.2. Угловая скорость

(**Опр.**)

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} \equiv \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$



$$\upsilon = \frac{dl}{dt} = \frac{Rd\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot R = \omega \cdot R$$

$$\vec{V} = \left[\vec{\omega}, \vec{R}\right]$$

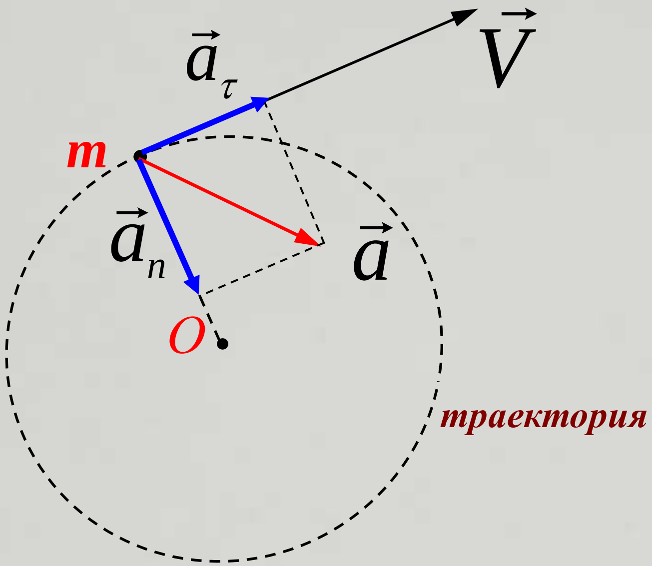
1.3.3. Угловое ускорение

(**Опр.**)

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\overrightarrow{\Delta\omega} = \int_0^t \vec{\beta}(t)dt, \quad \overrightarrow{\Delta\varphi} = \int_0^t \vec{\omega}(t)dt$$

1.4. Ускорение при движении по окружности



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(\upsilon \cdot \vec{\tau}) = \underbrace{\frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}}_{\vec{a}_\tau} + \underbrace{\upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}}_{\vec{a}_n}$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} \cdot \vec{\tau}$$

$$\vec{a}_n = \upsilon \cdot \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

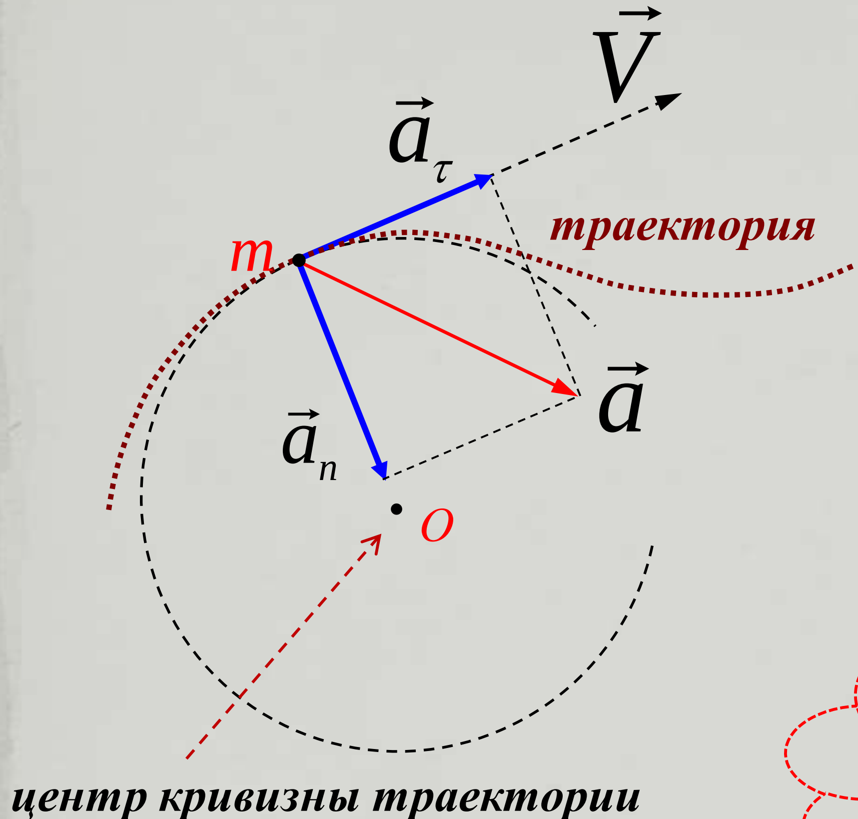
$$\vec{a}_\tau = \left[\vec{\beta} \cdot \vec{R}\right]$$

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \cdot \vec{R}$$

или

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R} \cdot \vec{n}$$

1.5. Ускорение при криволинейном движении



$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}[\vec{\omega}, \vec{R}_{кр}]; \qquad \vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{R}_{кр}]$$

$$\vec{a} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{R}_{кр}\right] + \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{R}_{кр}}{dt}\right]$$

$$\vec{a} = [\vec{\beta}, \vec{R}_{кр}] - \omega^2 \cdot \vec{R}_{кр}$$

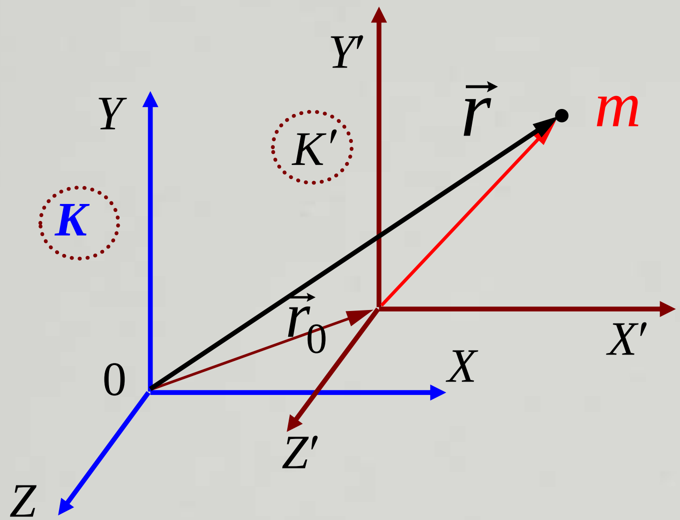
$$\vec{a}_\tau = [\vec{\beta}, \vec{R}_{кр}]$$

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}_{кр}$$

или $\left(\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R_{кр}} \vec{n} \right)$

1.6. Закон сложения скоростей в классической механике

(Закон Галилея)



$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$ “d/dt”

Закон сложения скоростей в классической механике (Галилея):

$$\vec{V} = \vec{u} + \vec{V}_{отн}$$

А ускорения ?

$$\vec{a} = \vec{A} + \vec{a}_{отн}$$

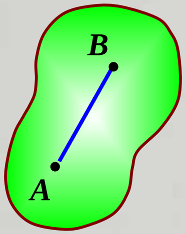
§ 2. Кинематика твёрдого тела

Под механикой разумеем ту часть практического искусства, которая помогает нам разрешать затруднительные вопросы" –

Аристотель **(IV век до н.э.)**

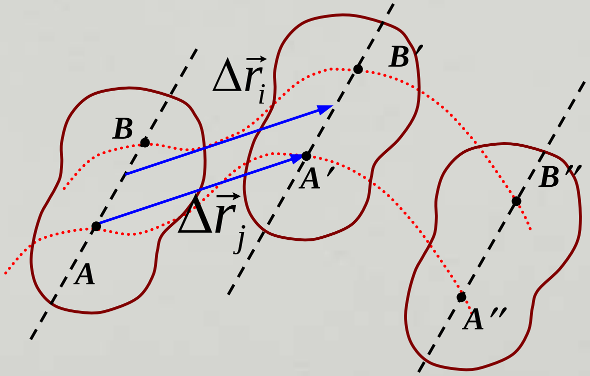
2.1. Модель «абсолютно твёрдое тело»

(**Опр.**) ***Модель «абсолютно твёрдое тело» (ТТ) предполагает, что можно пренебречь деформацией тел при механическом движении.***



2.2. Поступательное движение твёрдого тела

(**Опр.**) ***При поступательном движении за любые интервалы времени перемещения всех точек ТТ одинаковы.***



$$\Delta\vec{r}_i = \Delta\vec{r}_j \quad \text{и} \quad d\vec{r}_i = d\vec{r}_j$$

$$\vec{V}_i(t) = \vec{V}_j(t)$$

$$\vec{a}_i(t) = \vec{a}_j(t)$$

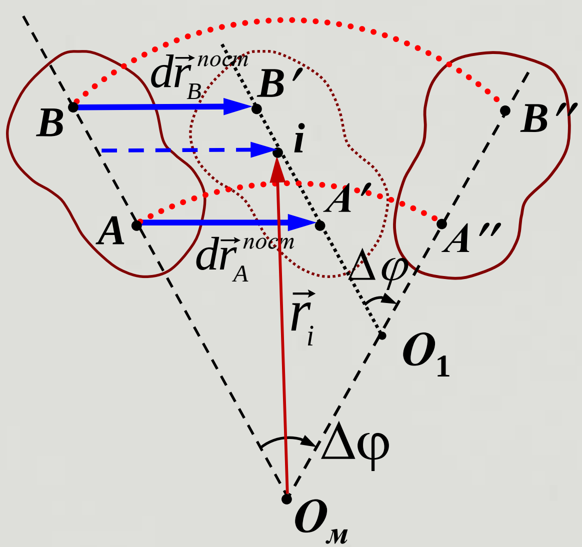
Достаточно описать движение одной точки !!

2.3. Вращательное движение твёрдого тела

(<u>Опр</u>.) ***При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения тела.***

2.4. Плоское движение твёрдого тела

(<u>Опр</u>.) ***При плоском движении все точки тела движутся, оставаясь в параллельных плоскостях.***



$$d\vec{r}_i = d\vec{r}_i^{\,пост} + d\vec{r}_i^{\,вращ}$$

i = 1, 2, 3, …

$$\vec{V} = \vec{V}_{пост} + \vec{V}_{вращ}$$

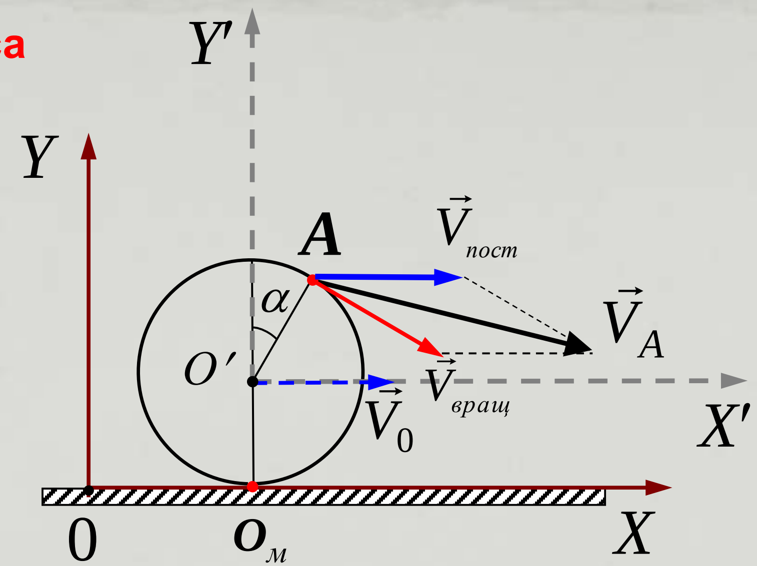
$$\vec{V}_i = \vec{V}_0 + \left[\vec{\omega}, \vec{r}_i\right]$$

ω *– для всех* ***i*** ***ОДНА*** **!**

Пример 2.1. Качение колеса

$$\vec{V}_i = \vec{V}_0 + [\vec{\omega}, \vec{r}_i]$$

любая точка

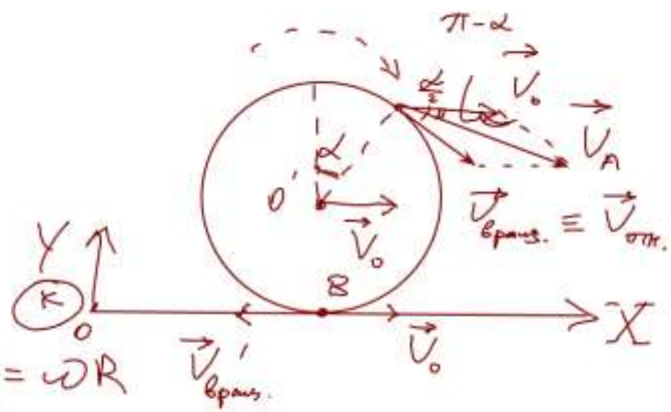


$$\upsilon_A = 2\upsilon_0 \cdot \left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|$$

$\vec{V}_A = \vec{u} + \vec{V}_{отн.}$; $V_{отн} = \omega R$

$\vec{V}_A = \vec{V}_0 + \vec{V}_{вращ.}$ — движ. по окр.

ск-ть оси



$\vec{V}_B = \vec{V}_0 + \vec{V}^{(B)}_{вращ.}$ $\quad |\vec{V}^{(A)}_{вращ.}| = |\vec{V}^{(B)}_{вращ.}| = \omega R$

?

OX: $0 = V_0 - V^{(B)}_{вращ.}$; $V_{вращ.} = V_0$

$V_A^2 = V_0^2 + V_0^2 + 2V_0^2 \cdot \cos\alpha =$

$= 2V_0^2 \underbrace{(1 + \cos\alpha)}_{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

$V_A = 2V_0 \left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|$

§ 3. *Динамика материальной точки*

(и поступательного движения)

“Наука спустилась с небес на Землю по наклонной плоскости Галилея” ☺	*“Door Meten tot Weden” – «Знание через измерение!»*
Анри Бергсон (философ XX века)	**девиз лаборатории Каммерлинг-Оннеса. Лейден. Голландия**

3.1. Движение по инерции. Сила

♣*Всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока **воздействие** со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.*

(***“движется по инерции”!!***)

(*Опр*.) ***Сила является мерой действия тел друг на друга.***

3.2. Первый закон Ньютона

♣ **Первый закон Ньютона:** *Существуют такие системы отсчета, в которых тело движется равномерно и прямолинейно ($\vec{V}$ = const), если на него не действуют другие тела или действие всех тел скомпенсировано. Такие системы называют инерциальными (ИСО).*

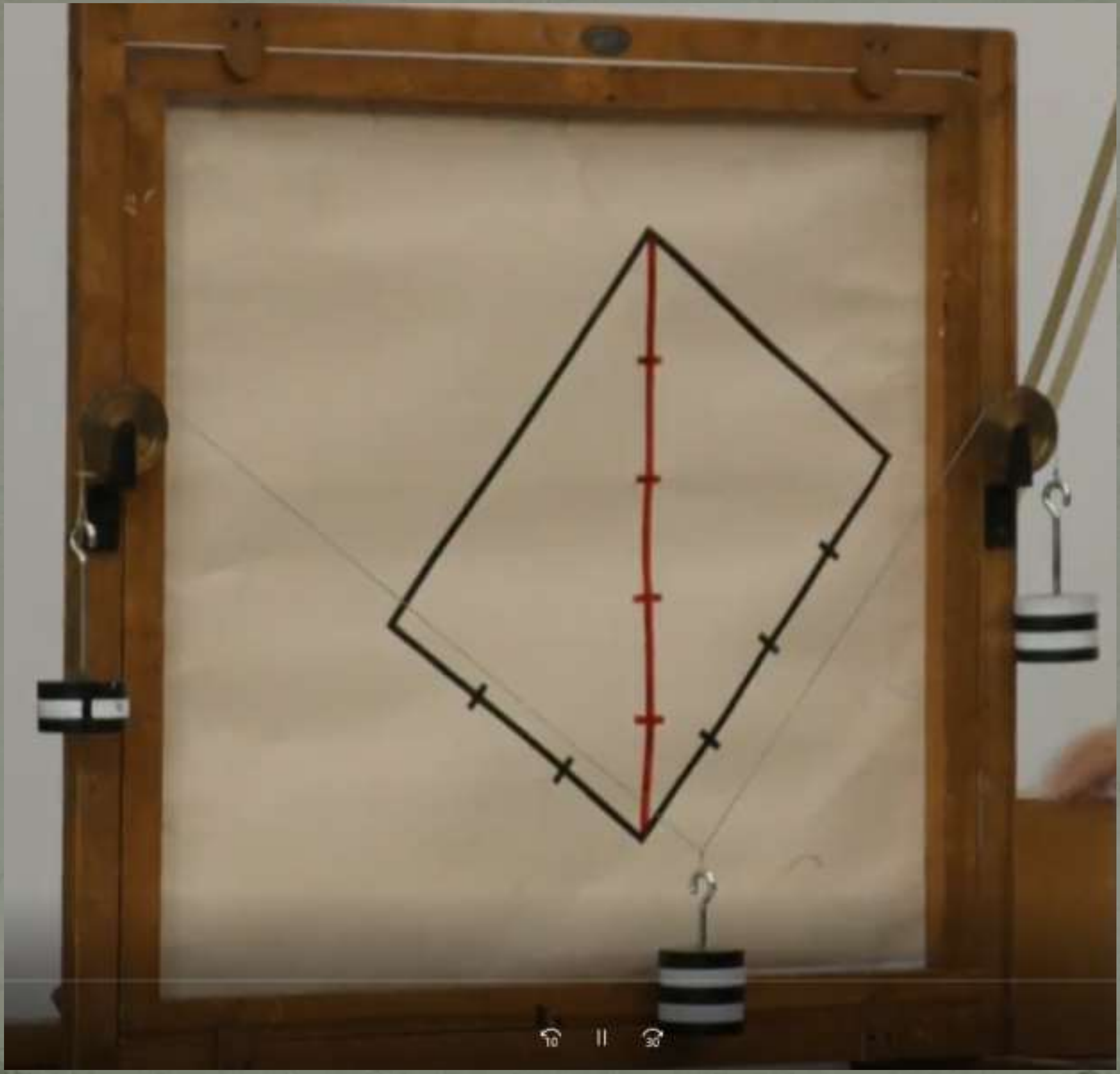
“демо 1” ⇓

?? *“демо 2”* ⇑

Сила – мера взаимодействия ⇑

«силомер»

Сила – вектор !



Галилей:
Нет “действия” - движение по инерции
(воздушная дорожка)

3.3. Второй закон Ньютона

$\cancel{\vec{F} = m\vec{a}}$??

♣ *Ускорение тела (МТ) прямо пропорционально действующей на него силе.*

(<u>Опр</u>.) ***Масса тела есть мера инертности этого тела:***

$$\boxed{m = \frac{F}{a}}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

- Замечания:

1) $\vec{F}$ – «***равнодействующая***», а **лучше** $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$;

2) $\vec{a}$ и $\vec{F}$ *могут быть измерены независимо* ;

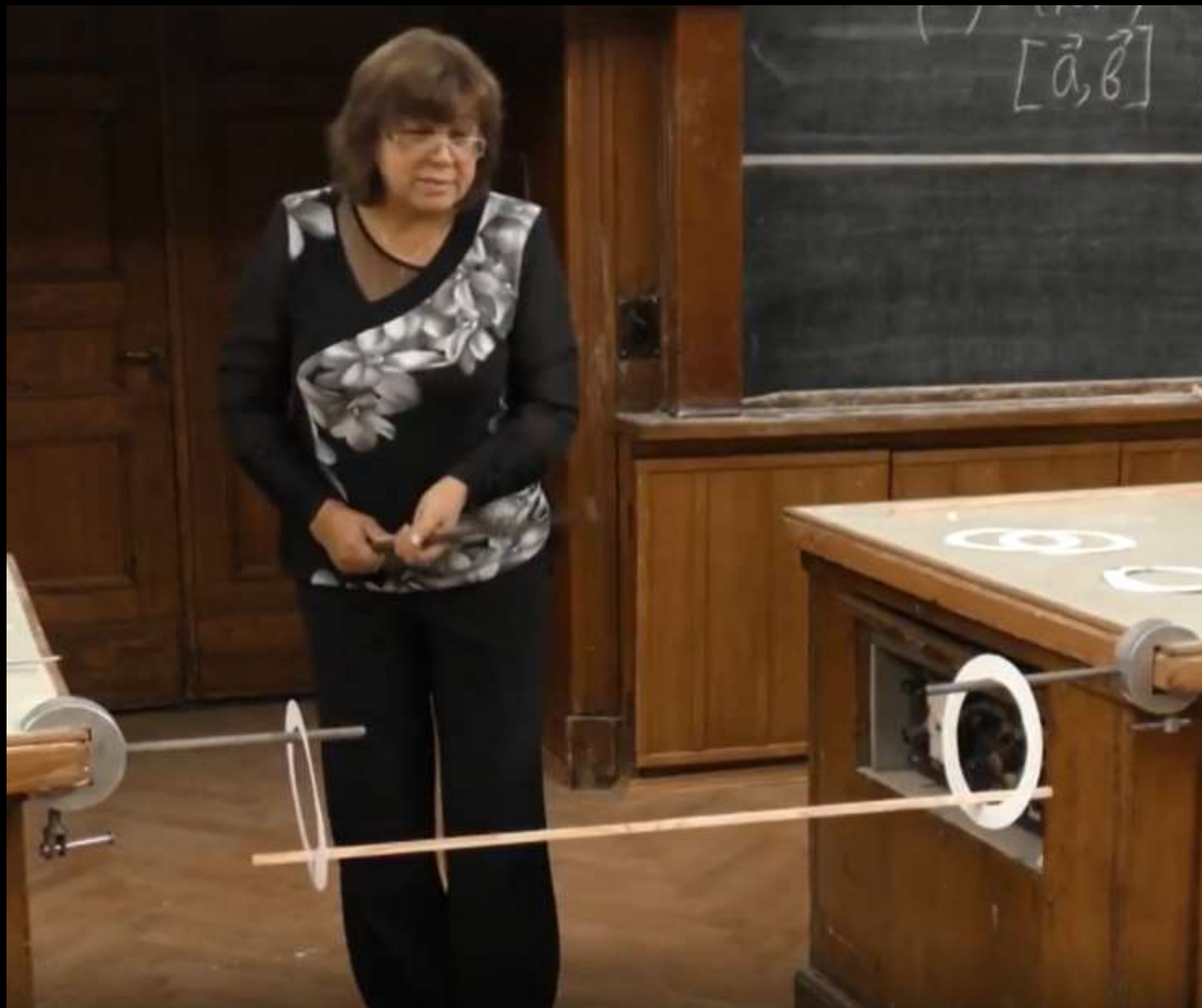
А всегда ли выполняется ?

3) ***ИСО*** $\Rightarrow$ **1-й закон !!** ;

4) при решении задач: $m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ или

$$\begin{cases} ma = \sum_{i=1}^{n} F_{xi} \quad ; \quad a_x = a \\ 0 = \sum_{i=1}^{n} F_{yi} \quad . \end{cases}$$

Простые демонстрации к законам Ньютона: рейка в бумажных кольцах



5) Формулировка Ньютона: $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $\left(\text{или} \quad d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt\right)$

(**Опр.**) ***Импульсом материальной точки называется произведение её массы на скорость:*** $\vec{p} = m\vec{V}$

3.4. Третий закон Ньютона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Рис. 3.1

♣ *Силы взаимодействия двух материальных точек равны по величине, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, проходящей через эти точки*

- Замечания:

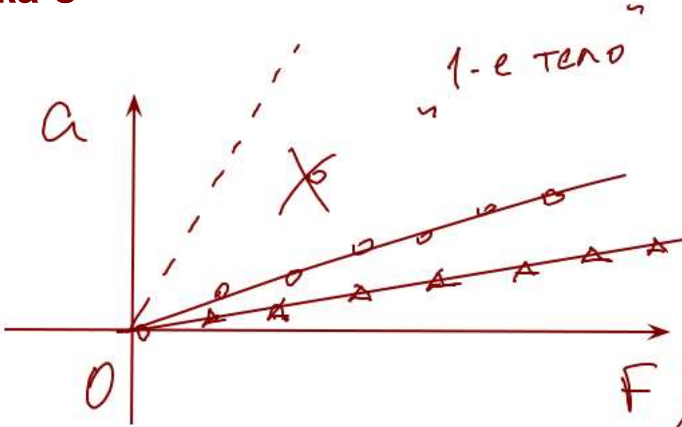
• равны по модулю;
• противоположно направлены;
• действуют вдоль одной прямой линии;
• приложены к разным телам;
• имеют одинаковую природу.

- И ещё одно:

В механике Ньютона силовое воздействие передаётся мгновенно !

Простые демонстрации к законам Ньютона (3-й закон Ньютона)

Доска 3



$\vec{a} \sim \vec{F}$

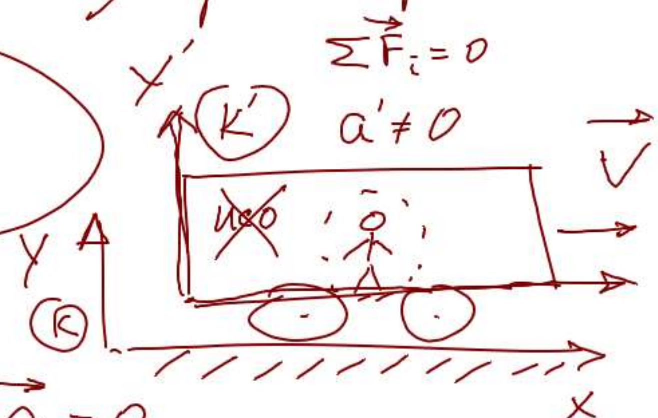
инертность → масса –

Опр. мера инертности

$m = \frac{F}{a}$

$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}$

$\sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$



I-й: ∃ ИСО; $\sum_i \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$;