

Лекция 3. Динамика твёрдого тела

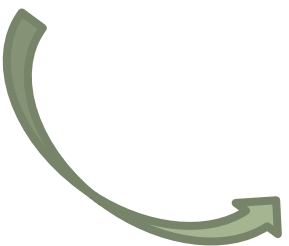


Простые демонстрации к законам Ньютона (“добавка” :))

...

5) Формулировка Ньютона: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ (или $d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt$)

... а если : $\vec{F} = \text{const}$, то


$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$


Изменение импульса, масса, сила трения ...



3.5. Силы в механике

Закон
движения

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

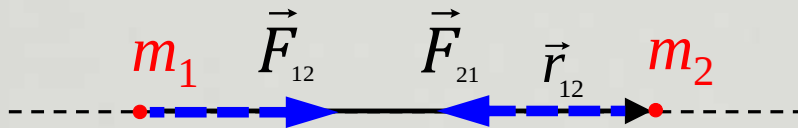
$$\vec{F} = \vec{f}(x, y, z, \vec{V}, t)$$

Какие бывают

??

3.5.1. Силы Всемирного тяготения

♣ Две материальные точки притягиваются с силами пропорциональными произведению их масс (m_1 и m_2) и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Силы направлены вдоль прямой, проходящей через материальные точки:



$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

И, конечно: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

А гравитационная постоянная
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{кг}^2$

??

1775 г, Генри Кавендиш

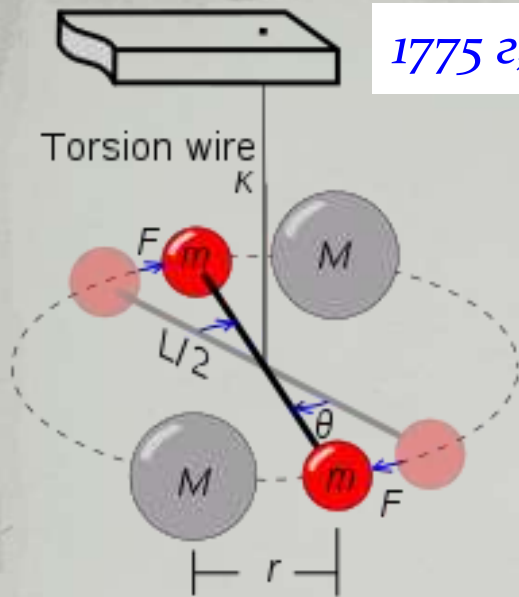


А если НЕ материальные точки

??



1775 г, Генри Кавендиш



родился 10 октября 1731

в Ницце в семье лорда _____

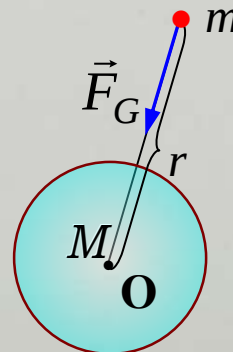
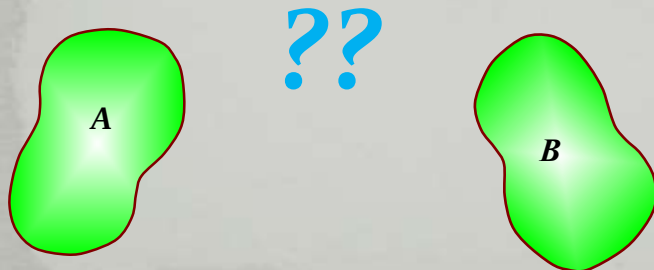
Учился в кембриджском университете в 1749—1753 годах, но не закончил обучение. Унаследовав крупное состояние, он тратил почти все доходы на проведение экспериментов.

- В 1766 году Кавендиш опубликовал первую важную работу по химии — «Искусственный воздух», где сообщалось об открытии «горючего воздуха» (водорода). Выделил в чистом виде углекислый газ и водород, приняв последний за флогистон, установил основной состав воздуха как смесь азота и кислорода. Получил окислы азота. Сжиганием водорода получил (1784 год) воду, определив соотношение объёмов взаимодействующих в этой реакции газов (100:202).



H. Cavendish

А если тела НЕ материальные точки ?



$$F = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2} \approx G \frac{mM_3}{R_3^2} = mg$$

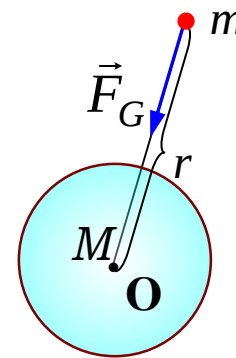
$$g = G \frac{M_3}{R_3^2}$$

А если тела НЕ материальные точки ?



$$F = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2} \approx G \frac{mM_3}{R_3^2} = mg$$

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2}$$



А почему же g на всех одно?

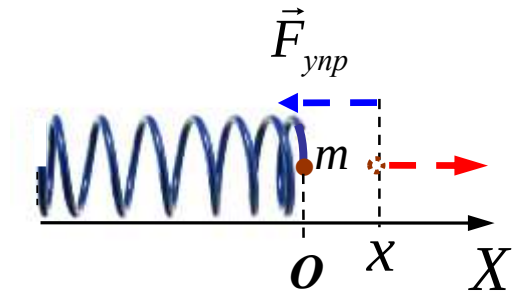
3.5.2. Упругие силы. Закон Гука

$$F_{\text{упр}} = k \cdot \xi$$

$$\xi = |l - l_0|$$

$$(\vec{F}_{\text{упр}})_x = -kx$$

ИЛИ



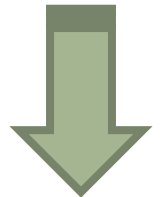
3.5.3. Силы трения

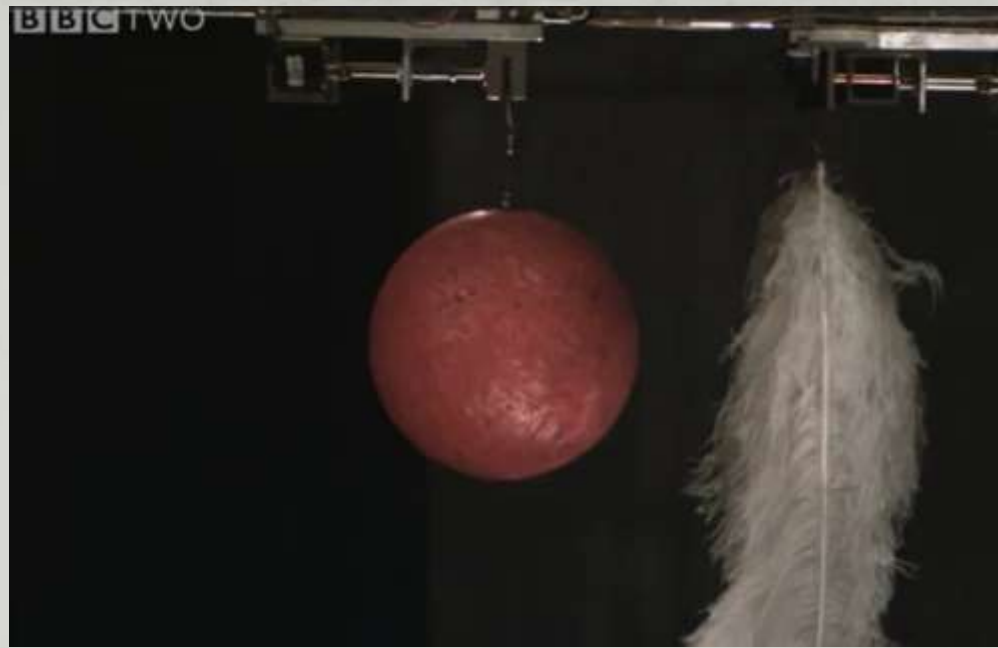
“Сухое” трение

Сила трения покоя:

$$\vec{F}_{\text{тр пок}} + \sum_i \vec{F}_i = 0$$

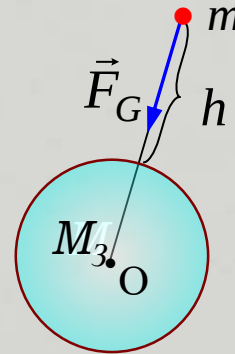
Сила трения скольжения





*А почему же **g** на всех одно?*

$$F = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2} \approx G \frac{mM_3}{R_3^2} = mg$$



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_G}{m} \quad \longrightarrow \quad g = 9,8...$$

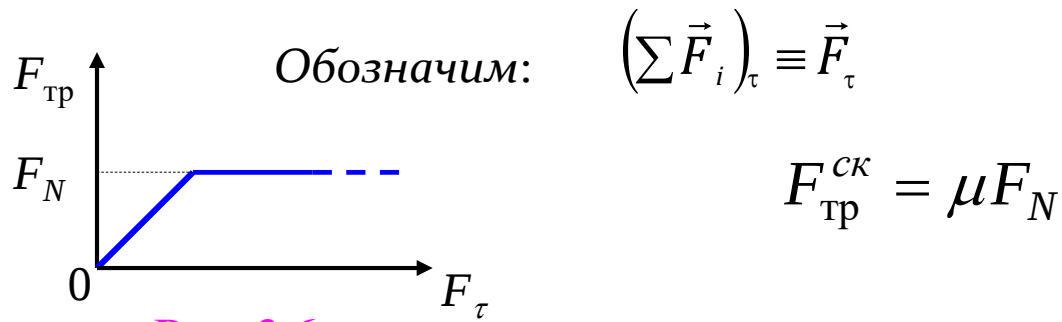


Рис. 3.6

$$F_{\text{тр}}^{\text{ск}} = \mu F_N$$

Сила вязкого трения

$$\vec{F}_{\text{тр}}^{\text{вязк}} = -b \cdot \vec{V}$$

3.5.4. Сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{E} + q \cdot [\vec{V}, \vec{B}]$$

3.6. Принцип относительности Галилея

- ♣ Законы механики инвариантны по отношению к выбору инерциальной системы отсчёта.

§ 4. Динамика твёрдого тела

Sine experientia nihil sufficienter sciri potest –

«Без опыта нет достоверного знания!»

Роджер Бэкон (1250)

4.1. Центр масс. Теорема о движении центра масс

► (Опр.) Центром масс системы материальных точек называется точка, положение которой в выбранной системе отсчёта определяет радиус-вектор:

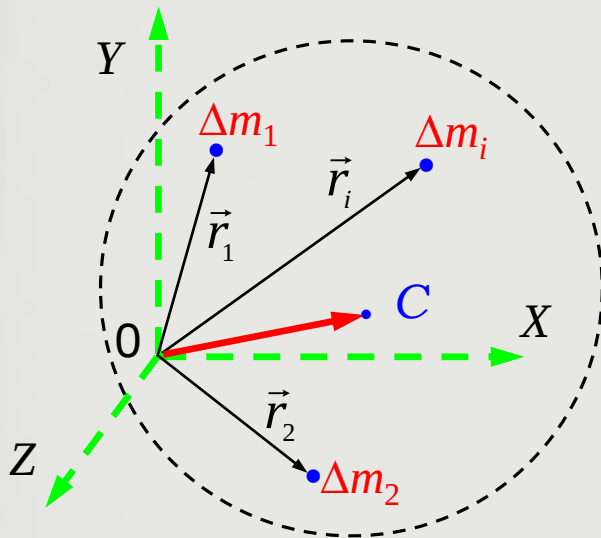


Рис. 4.1

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n \Delta m_i}$$

??

или

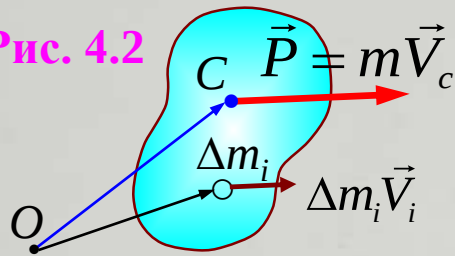
$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta m_i x_i}{m} ; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta m_i y_i}{m} ; \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta m_i z_i}{m}$$

Свойства ц.м.



► (Опр.) Импульсом системы материальных точек называется сумма импульсов отдельных её частей.

Рис. 4.2



$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \vec{V}_i$$

$$\vec{P} = m \vec{V}_c$$

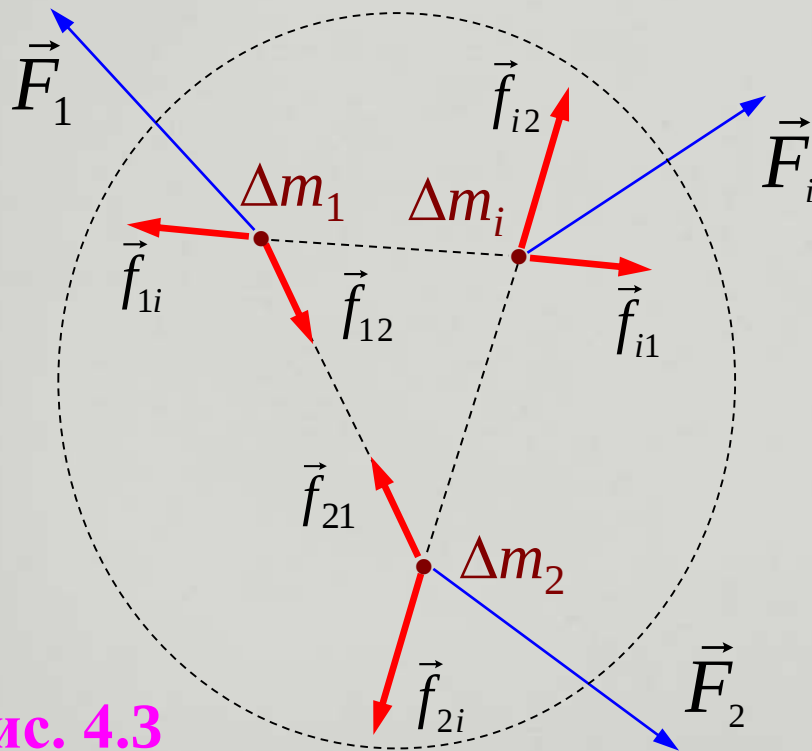


Рис. 4.3

Очень важный рисунок !

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{f}_{12} + \dots + \vec{f}_{1i} + \dots + \vec{f}_{1n} + \vec{F}_1^{\text{внешн}} ; \\ \dots \dots \\ \Delta m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \vec{f}_{21} + \dots + \vec{f}_{2i} + \dots + \vec{f}_{2n} + \vec{F}_2^{\text{внешн}} ; \\ \dots \dots \\ \Delta m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{f}_{i1} + \dots + \vec{f}_{ij} + \dots + \vec{f}_{in} + \vec{F}_i^{\text{внешн}} ; \\ \dots \dots \\ \Delta m_n \frac{d^2 \vec{r}_n}{dt^2} = \vec{f}_{n1} + \dots + \vec{f}_{ni} + \dots + \vec{f}_{nn-1} + \vec{F}_n^{\text{внешн}} . \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = \sum_{j \neq 1} \vec{f}_{1j} + \vec{F}_1^{\text{внешн}}; \\ \dots \dots \\ \Delta m_i \ddot{\vec{r}}_i = \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ij} + \vec{F}_i^{\text{внешн}}; \\ \dots \dots \\ \Delta m_n \ddot{\vec{r}}_n = \sum_{j \neq n} \vec{f}_{nj} + \vec{F}_n^{\text{внешн}} \end{array} \right. \quad \vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji} \quad \text{Сумма справа:}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внешн}}$$

Сумма слева с учётом:

$$\frac{d^2}{dt^2}(\vec{r}_c) = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \ddot{\vec{r}}_i / m$$

*) $\frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{r}}_i$

$$\sum_{i=1}^n \Delta m_i \ddot{\vec{r}}_i = m \ddot{\vec{r}}_c = m \vec{a}_c$$

Итог:

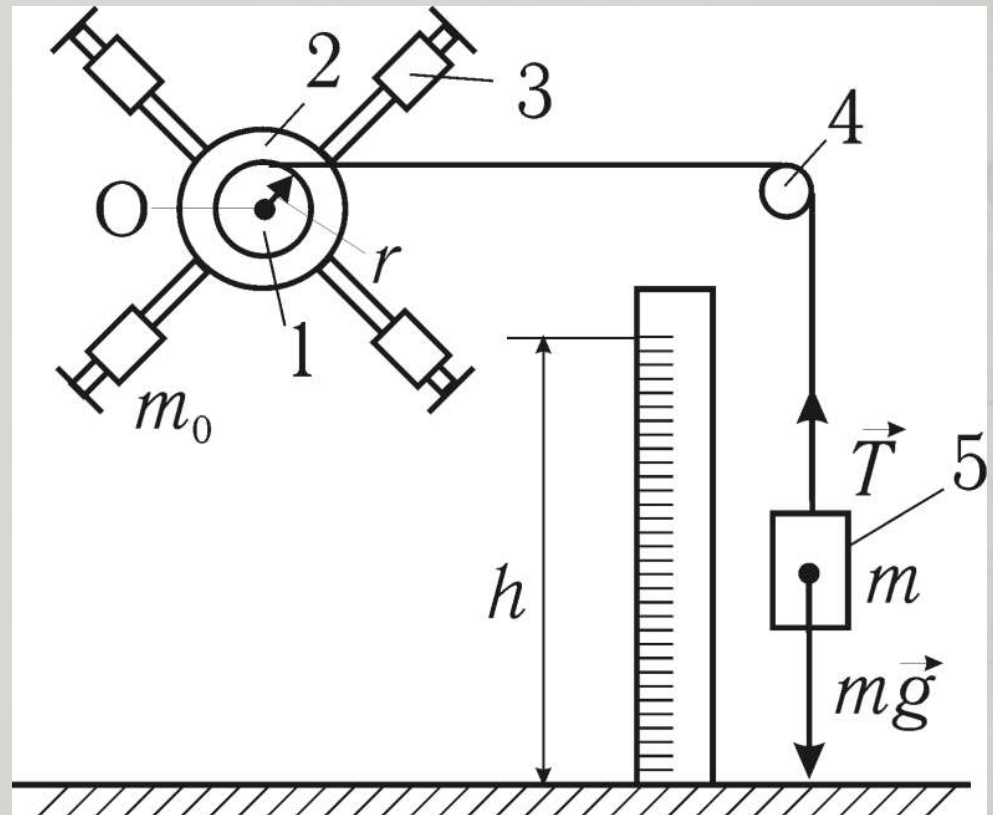
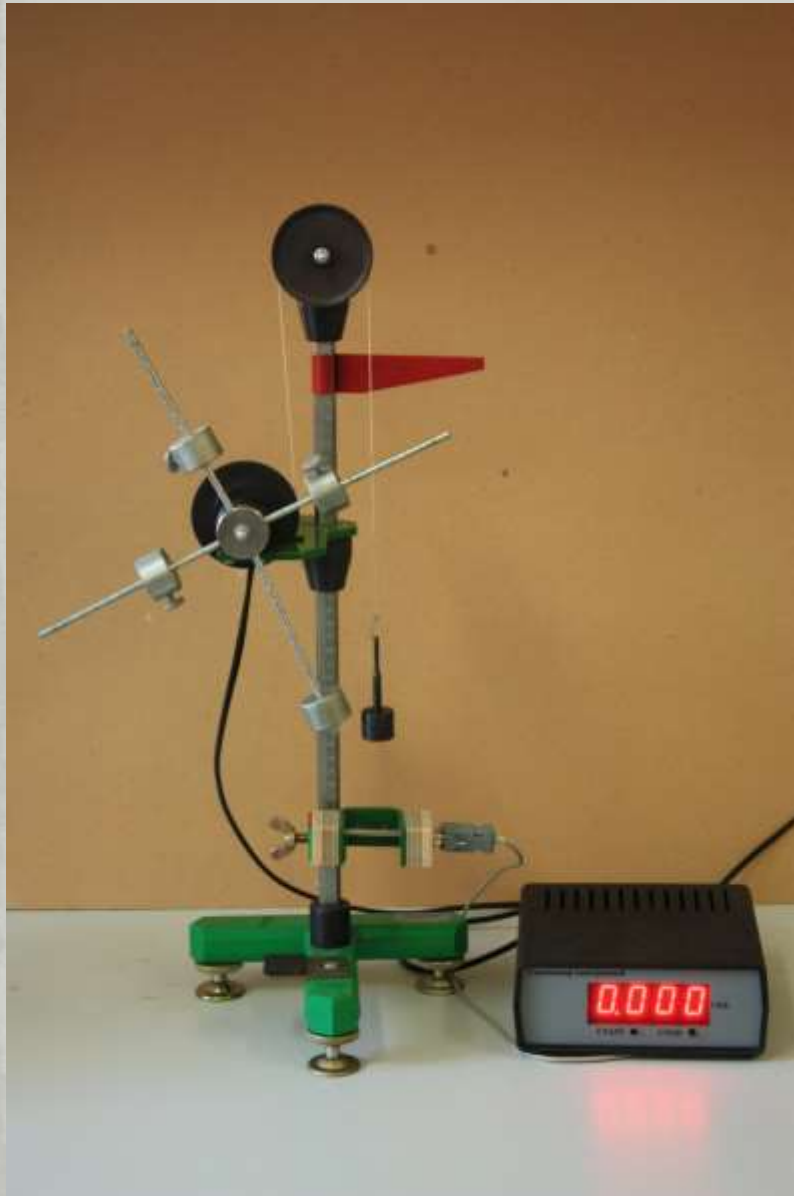
$$\vec{a}_c = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внешн}}}{m}$$

Теорема о центре масс:

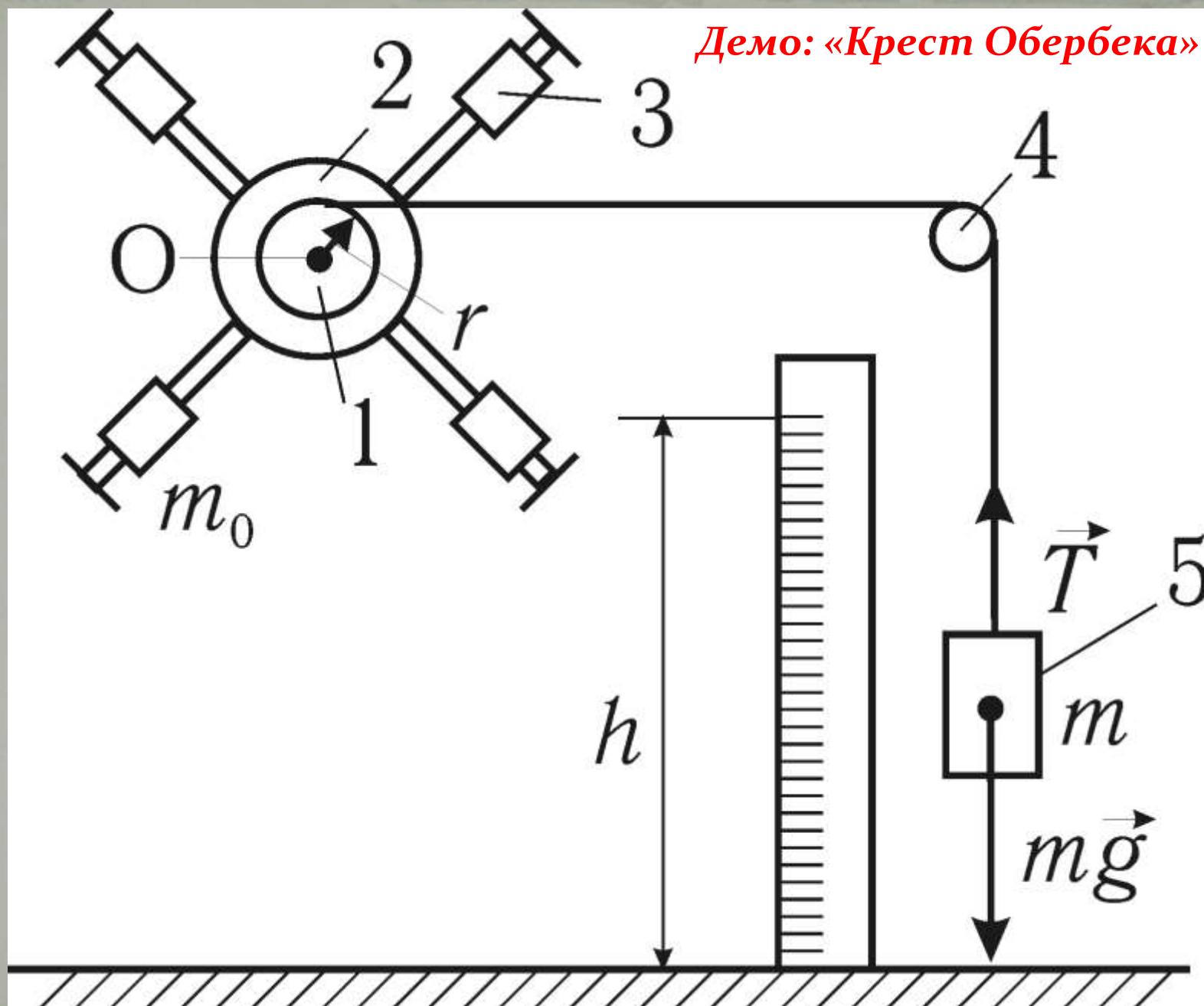
- ♣ Центр масс системы материальных точек (/ТТ) движется так же, как и материальная точка массой m под действием тех же внешних сил, что действуют на систему.

4.2. Дополнительные понятия (момент силы, момент инерции, момент импульса)

“Крест Обербека”



Демо: «Крест Обербека»



► (Опр.) Моментом инерции твёрдого тела относительно оси Z называется сумма произведений масс всех элементов тела на квадраты их расстояний до оси:

$$I_z = \sum_{i=1}^n (\Delta m_i R_i^2)$$

$$\Delta m_i \rightarrow dm$$

$$I_z = \int R^2 dm$$

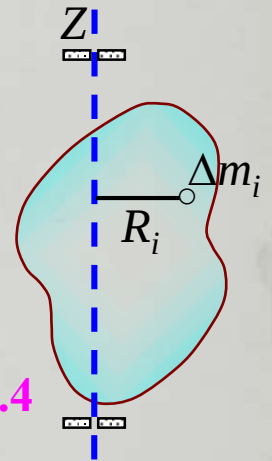


Рис. 4.4

Как масса **распределена** относительно оси

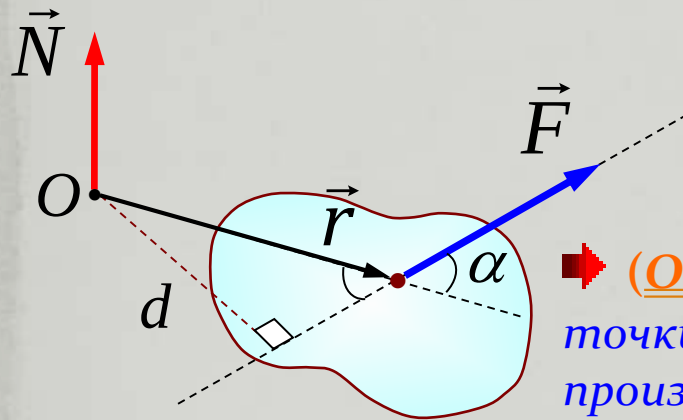


Рис. 4.5

► (Опр.) Моментом силы $\vec{N}$ относительно некоторой точки пространства O называется векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$, проведённого из точки O в точку приложения силы, на вектор этой силы $\vec{F}$:

$N = F \times d$ – “сила на плечо”

$$\vec{N} = [\vec{r}, \vec{F}]$$