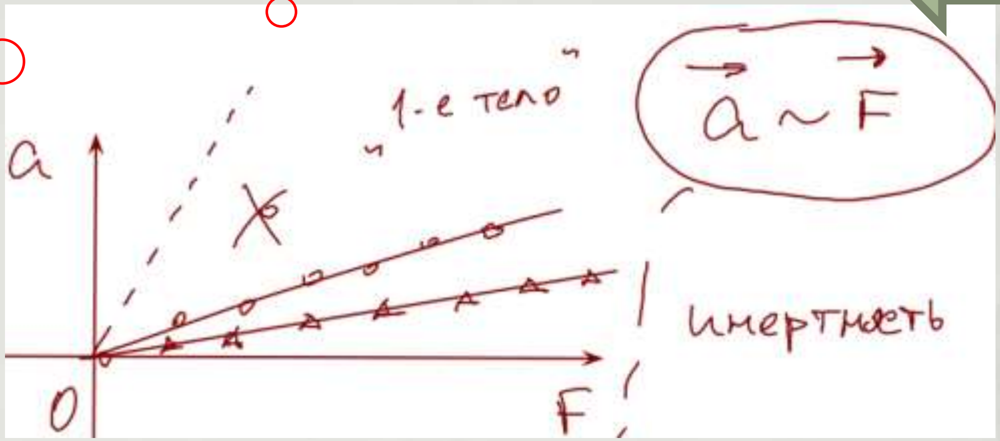
Лекция 3. *Динамика твёрдого тела*

3.3. Второй закон Ньютона

$\cancel{\vec{F} = m\vec{a}}$??

♣ *Ускорение тела (МТ) прямо пропорционально действующей на него силе.*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$



- Замечания:

(Опр.) ***Масса тела есть мера инертности этого тела:***

$$\boxed{m = \frac{F}{a}}$$

1) $\vec{F}$ – говорят, «***равнодействующая***» (?), но **лучше** $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$;

2) $\vec{a}$ и $\vec{F}$ *могут быть **измерены независимо*** ;

А всегда ли выполняется ?

3) ***ИСО*** $\Rightarrow$ **1-й закон !!** ;

4) при решении задач: $m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ или

$$\begin{cases} ma = \sum_{i=1}^{n} F_{xi} \quad ; \quad a_x = a \\ 0 = \sum_{i=1}^{n} F_{yi} \quad . \end{cases}$$

♣ **Первый закон Ньютона** (**современная трактовка**): ***Существуют такие системы отсчета***, *в которых тело движется равномерно и прямолинейно ($\vec{V} =$ const), если на него не действуют другие тела или действие всех тел скомпенсировано. Такие системы называют инерциальными (ИСО).*

5) Второй закон

Формулировка Ньютона:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \qquad \left(\text{или} \quad d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt\right)$$

(**Опр.**) ***Импульсом материальной точки называется произведение её массы на скорость:*** $\vec{p} = m\vec{V}$

3.4. Третий закон Ньютона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

♣ *Силы взаимодействия двух материальных точек равны по величине, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, проходящей через эти точки*

- Замечания:
  - равны по модулю;
  - противоположно направлены;
  - действуют вдоль одной прямой линии;
  - приложены к разным телам;
  - имеют одинаковую природу.

- И ещё одно:

В механике Ньютона силовое воздействие передаётся мгновенно !

Простые демонстрации к законам Ньютона
(“добавка” :))

...

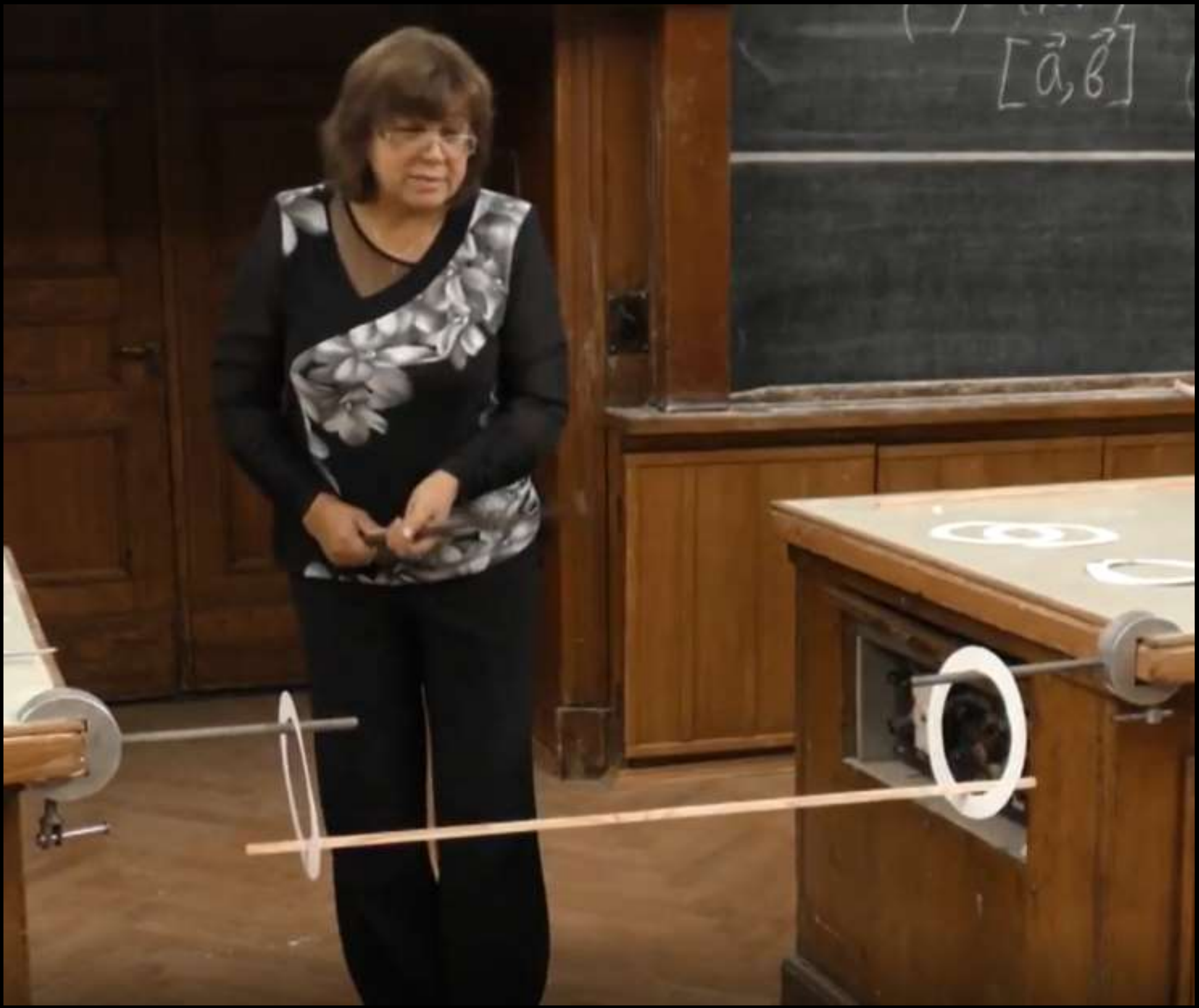
5) Формулировка Ньютона: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ $\left(\textit{или} \quad d\vec{p} = \vec{F} \cdot dt\right)$

... а если : $\vec{F} = const$, то

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Изменение импульса, масса, сила трения …

Простые демонстрации к законам Ньютона: рейка в бумажных кольцах



Простые демонстрации к законам Ньютона
(3-й закон Ньютона)

3.5. Силы в механике

Закон движения $\vec{r} = \vec{r}(t)$

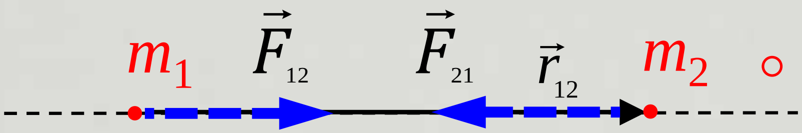
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$\vec{F} = \vec{f}(x, y, z, \vec{V}, t)$$

Какие бывают ??

3.5.1. *Силы Всемирного тяготения*

♣ *Две материальные точки притягиваются с силами пропорциональными произведению их масс (m_1 и m_2) и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними. Силы направлены вдоль прямой, проходящей через материальные точки:*



$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

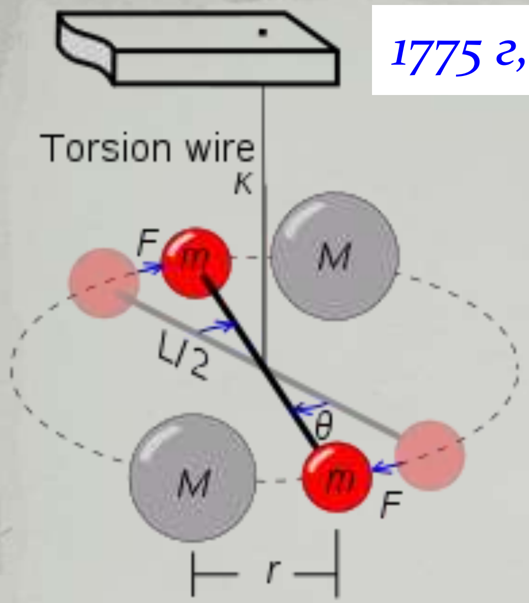
И, конечно : $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

А гравитационная постоянная

$G = 6{,}67 \cdot 10^{11}$ м²/кг² ??

1775 г, Генри Ка́вендиш

А если НЕ материальные точки ??



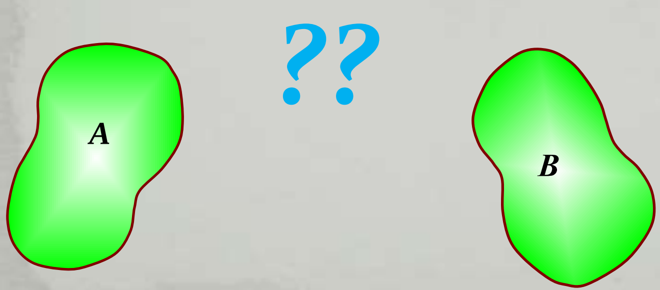
1775 г, Генри Ка́вендиш

родился 10 октября 1731 в Ницце в семье лорда

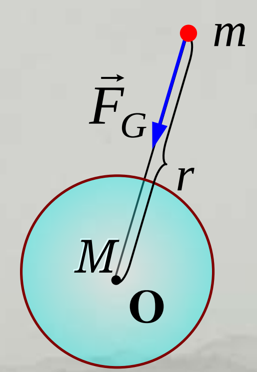
Учился в кембриджском университете в 1749—1753 годах, но не закончил обучение. Унаследовав крупное состояние, он тратил почти все доходы на проведение экспериментов.

- В 1766 году Кавендиш опубликовал первую важную работу по химии — «Искусственный воздух», где сообщалось об открытии «горючего воздуха» (водорода). Выделил в чистом виде углекислый газ и водород, приняв последний за флогистон, установил основной состав воздуха как смесь азота и кислорода. Получил окислы азота. Сжиганием водорода получил (1784 год) воду, определив соотношение объёмов взаимодействующих в этой реакции газов (100:202).

А если тела НЕ материальные точки ?

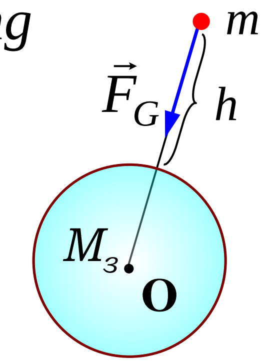


В частности:



А если тела НЕ материальные точки ?

$$F = G\frac{mM_{З}}{(R_З + h)^2} \approx G\frac{mM_{З}}{R_З^2} = mg$$



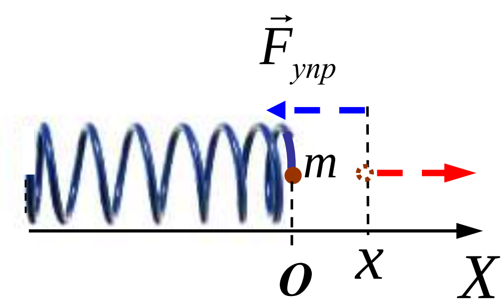
А почему **g** на всех одно?

ЭКСПЕРИМЕНТ?

$$g = G\frac{M_{З}}{R_З^2}$$

3.5.2. Упругие силы. Закон Гука

$$F_{упр} = k\cdot\xi \qquad \xi = |l - l_0|$$



или

$$\left(\vec{F}_{упр}\right)_x = -kx$$

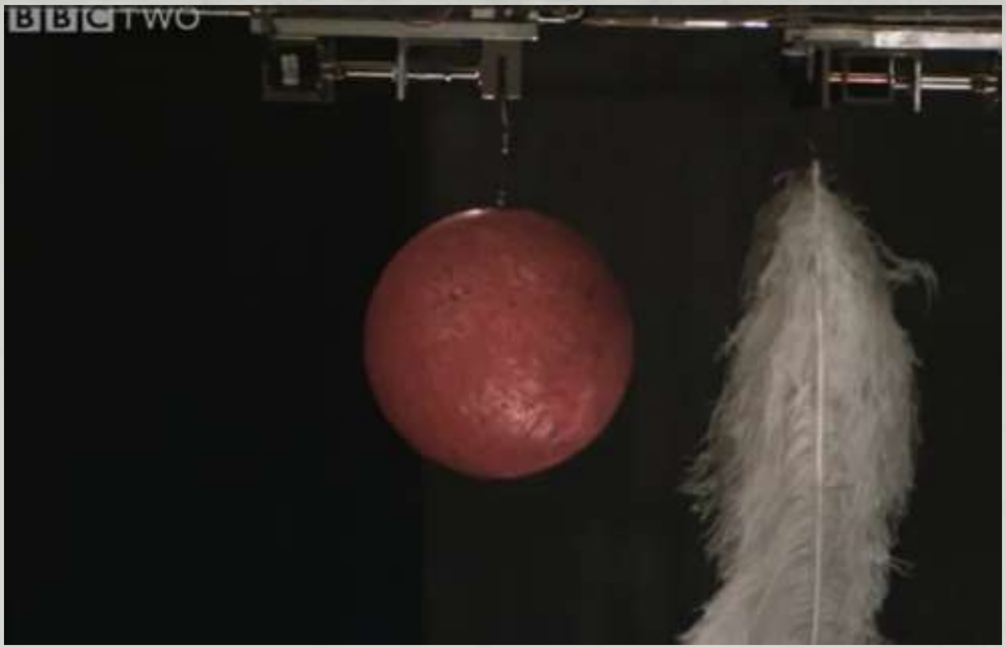
3.5.3. Силы трения

"Сухое" трение

Сила трения покоя: $\vec{F}_{\text{тр пок}} + \sum_i \vec{F}_i = 0$

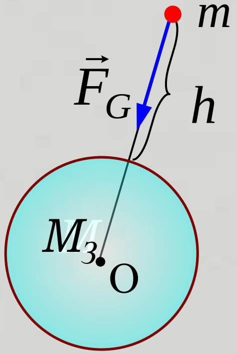
Сила трения скольжения

Демо:



А почему же g на всех одно?

$$F_G = G\frac{mM_З}{(R_З + h)^2} \approx G\frac{mM_З}{R_З^2} = mg$$



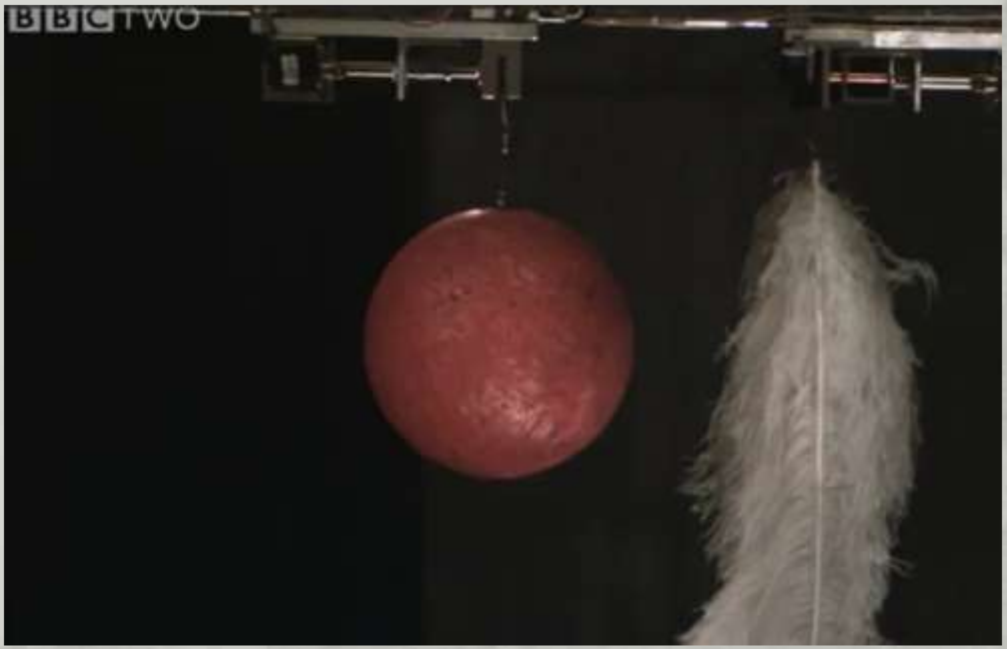
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_G}{m}$$

$g = 9{,}8\ldots$


BBC_Свободное падение

BBC_Свободное падение


Падение в вакууме
Смотреть ...
Поделиться

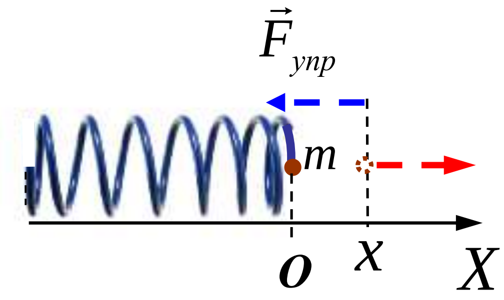

BBC TWO


BBC_Свободное падение

3.5.2. *Упругие силы. Закон Гука*

$$F_{упр} = k \cdot \xi$$

$$\xi = |l - l_0|$$



или

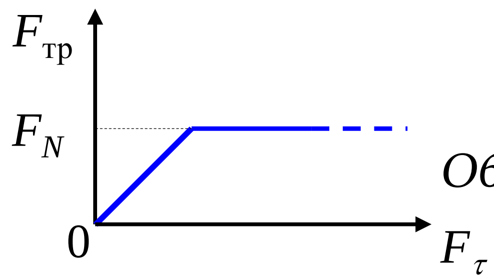
$$\left(\vec{F}_{упр}\right)_x = -kx$$

3.5.3. *Силы трения*

“Сухое” трение

Сила трения покоя: $\vec{F}_{\text{тр пок}} + \sum_i \vec{F}_i = 0$

Сила трения скольжения



Обозначим: $\left(\sum \vec{F}_i\right)_\tau \equiv F_\tau$

$$F_{тр}^{ск} = \mu \cdot F_N$$

Сила вязкого трения

$$\vec{F}_{тр}^{вязк} = -b \cdot \vec{V}$$

3.5.4. *Сила Лоренца*

$$\vec{F}_Л = q \cdot \vec{E} + q \cdot \left[\vec{V}, \vec{B}\right]$$

3.6. Принцип относительности Галилея

♣ *Законы механики инвариантны по отношению к выбору инерциальной системы отсчёта.*

§ 4. Динамика твёрдого тела

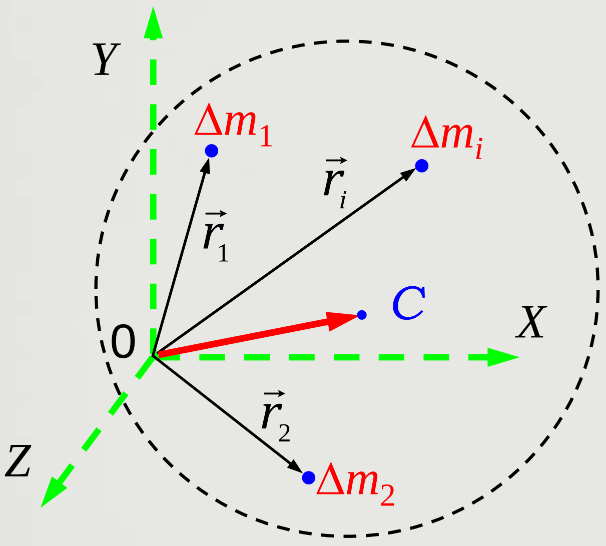
Sine experienentia nihil sufficienter sciri potest” –

«Без опыта нет достоверного знания!»

Роджер Бэкон (1250)

4.1. Центр масс. Теорема о движении центра масс

(**Опр.**) ***Центром масс системы материальных точек называется точка, положение которой в выбранной системе отсчёта определяет радиус-вектор:***



$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i}$$

??

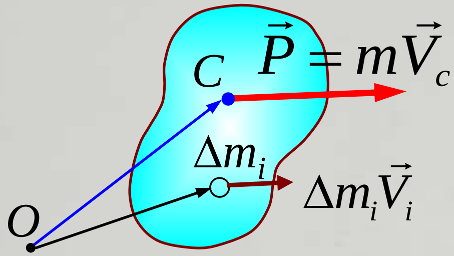
или

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i x_i}{m}; \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i y_i}{m}; \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i z_i}{m}$$

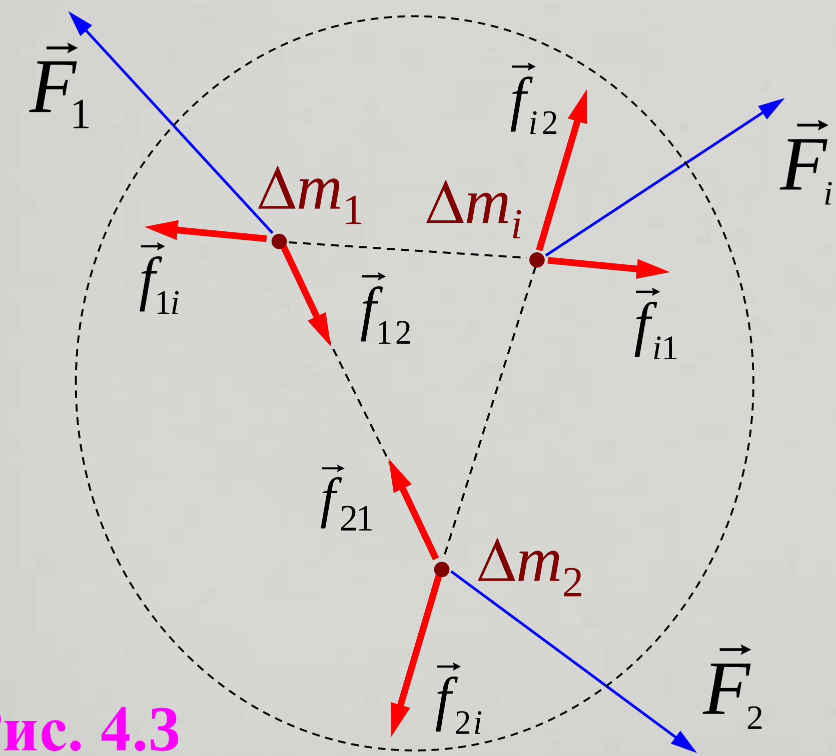
Свойства ц.м.

(***Опр.***) ***Импульсом системы материальных точек называется сумма импульсов отдельных её частей.***

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \vec{V}_i$$



$$\vec{P} = m\vec{V}_c$$



$$\begin{cases}
\Delta m_1 \dfrac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} = \vec{f}_{12} + \ldots + \vec{f}_{1i} + \ldots + \vec{f}_{1n} + \vec{F}_1^{\,внешн}; \\
\ldots \qquad \ldots \\
\Delta m_2 \dfrac{d^2\vec{r}_2}{dt^2} = \vec{f}_{21} + \ldots + \vec{f}_{2i} + \ldots + \vec{f}_{2n} + \vec{F}_2^{\,внешн}; \\
\ldots \qquad \ldots \\
\Delta m_i \dfrac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = \vec{f}_{i1} + \ldots + \vec{f}_{ij} + \ldots + \vec{f}_{in} + \vec{F}_i^{\,внешн}; \\
\ldots \qquad \ldots \\
\Delta m_n \dfrac{d^2\vec{r}_n}{dt^2} = \vec{f}_{n1} + \ldots + \vec{f}_{ni} + \ldots + \vec{f}_{nn-1} + \vec{F}_n^{\,внешн}.
\end{cases}$$

Рис. 4.3
«Очень важный рисунок» !

$$\begin{cases} \Delta m_1 \ddot{\vec r}_1 = \sum\limits_{j\neq 1} \vec f_{1j} + \vec F_1^{\,внешн}; \\ \dots \qquad \dots \\ \Delta m_i \ddot{\vec r}_i = \sum\limits_{i\neq j} \vec f_{ij} + \vec F_i^{\,внешн}; \\ \dots \qquad \dots \\ \Delta m_n \ddot{\vec r}_n = \sum\limits_{n\neq j} \vec f_{nj} + \vec F_n^{\,внешн} \end{cases}$$

$$\vec f_{ij} = -\vec f_{ji}$$

Сумма справа:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec F_i^{\,внешн}$$

Сумма слева с учётом:

$$\frac{d^2}{dt^2}(\vec r_c) = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \ddot{\vec r}_i \Big/ m$$

*) $\dfrac{d^2 \vec r_i}{dt^2} \equiv \ddot{\vec r}_i$

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \ddot{\vec r}_i = m \ddot{\vec r}_c = m \vec a_c$$

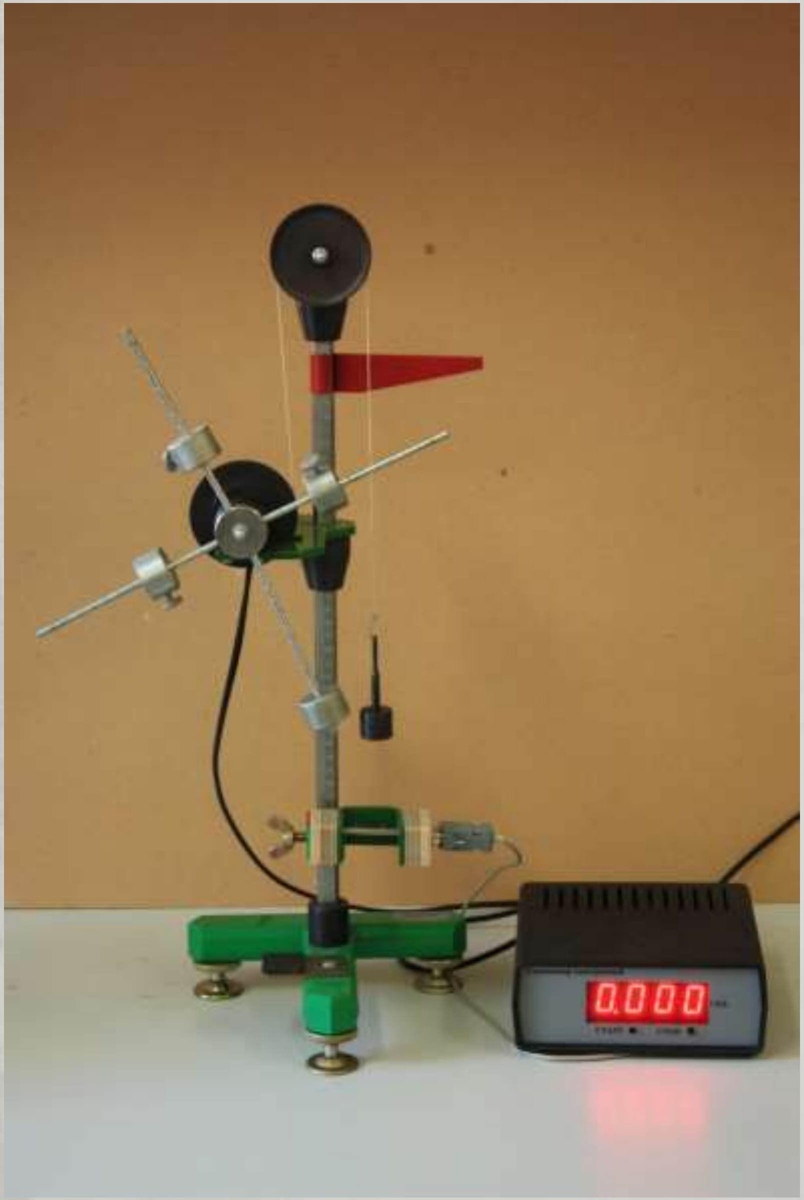
Итог:

$$\vec a_c = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \vec F_i^{\,внешн}}{m}$$

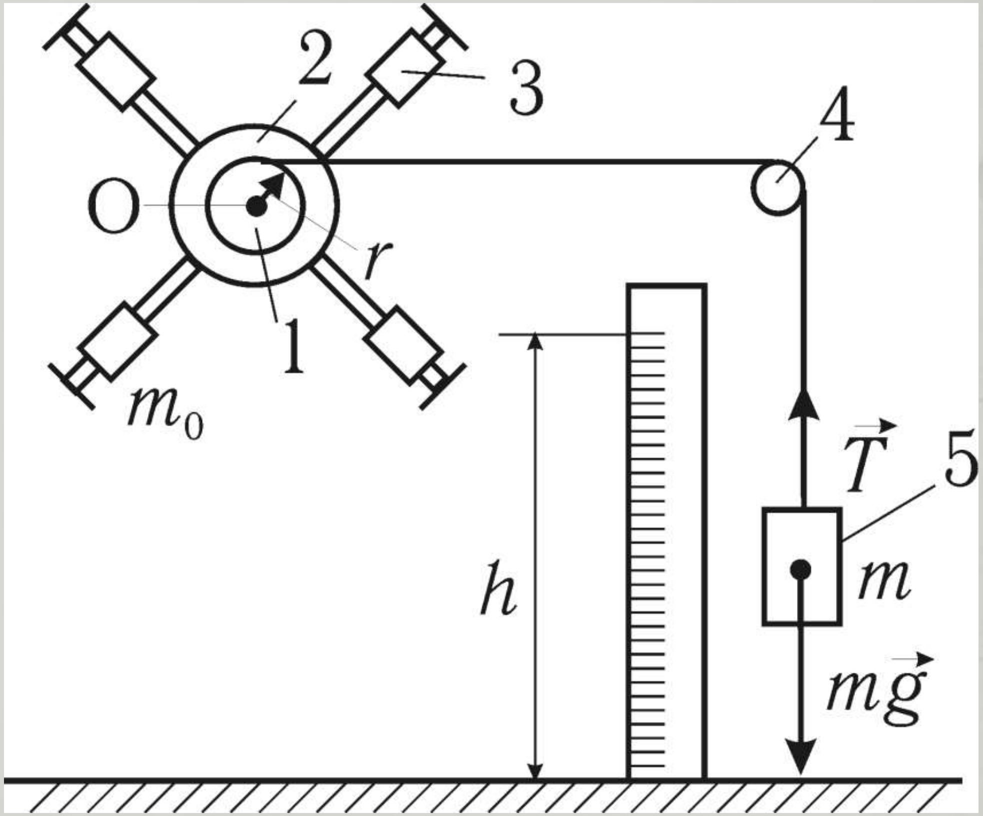
Теорема о движении центра масс:

- *Центр масс системы материальных точек (/ТТ) движется так же, как и материальная точка массой* m *под действием тех же внешних сил, что действуют на систему.*

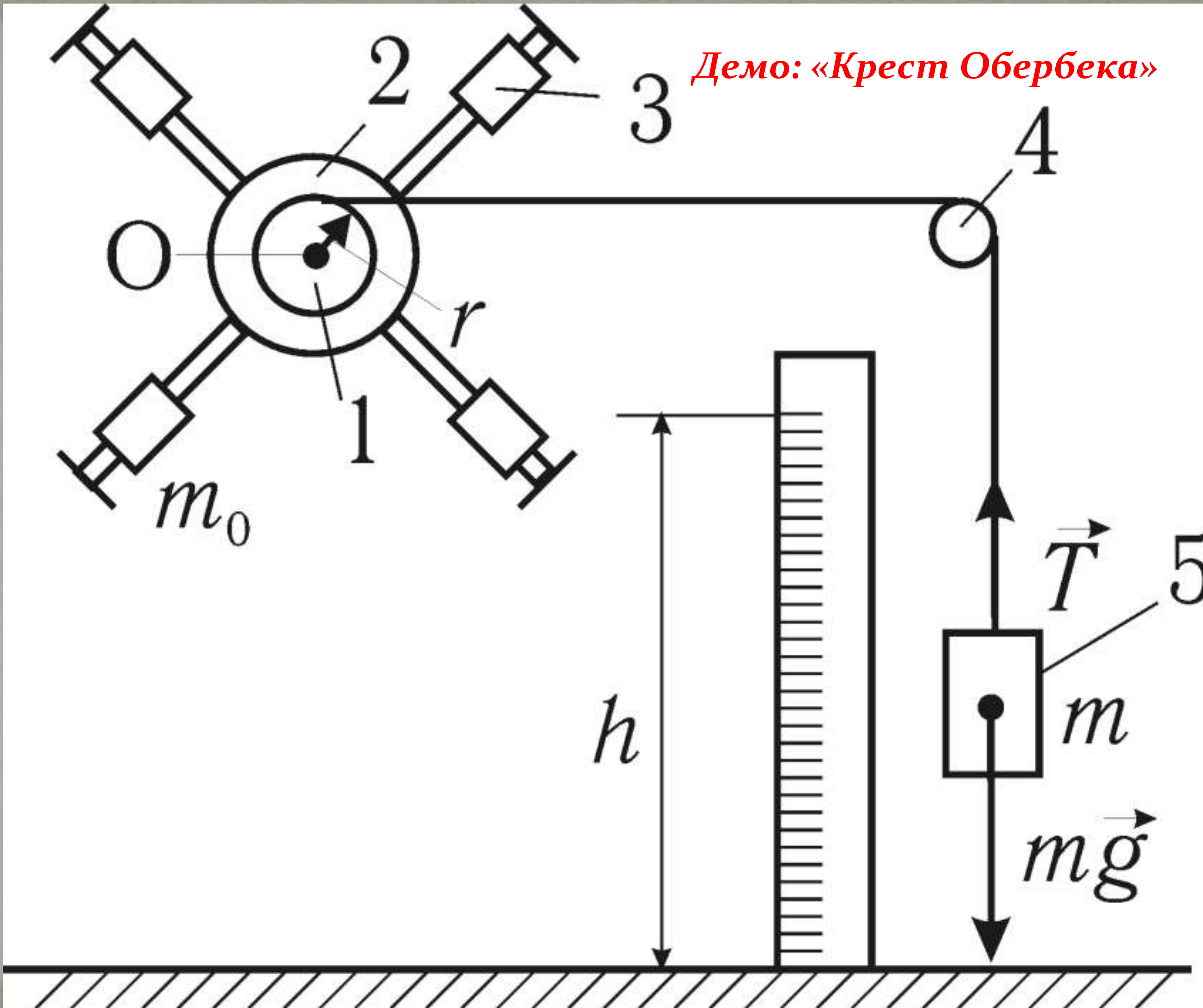
4.2. Дополнительные понятия (момент силы, момент инерции, момент импульса)



“Крест Обербека”



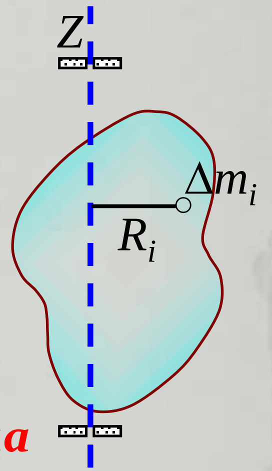
Демо: «Крест Обербека»




Демо: «Крест Обербека»
00:31

(**Опр.**) ***Моментом инерции твёрдого тела относительно оси Z называется сумма произведений масс всех элементов тела на квадраты их расстояний до оси:***

$$I_z = \sum_{i=1}^{n}(\Delta m_i R_i^2)$$

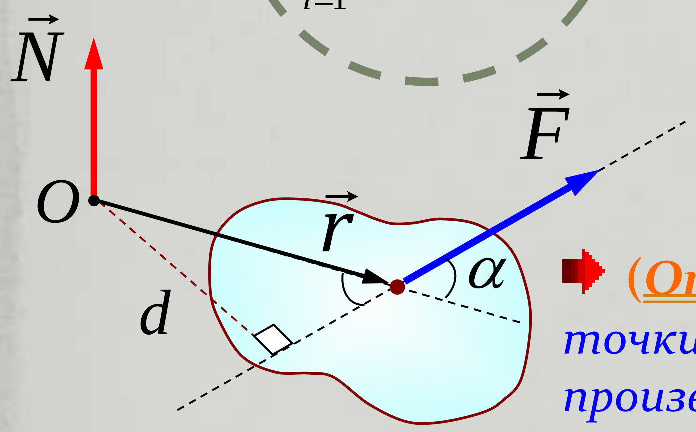


$$\Delta m_i \to dm$$

$$\sum_{i=1}^{n} \to \int$$

$$I_z = \int R^2 dm$$

Как масса ***распределена*** *относительно оси*



(**Опр.**) ***Моментом силы*** $\vec{N}$ *относительно некоторой точки пространства O называется векторное произведение радиус-вектора* $\vec{r}$*, проведённого из точки O в точку приложения силы, на вектор этой силы* $\vec{F}$ *:*

$$\vec{N} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

N = F×d – "сила на плечо"