

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**имени М. В. Ломоносова**

---

**Физический факультет  
кафедра общей физики и физики конденсированного состояния**

**Методическая разработка  
по общему физическому практикуму**

**Лаб. работа № 31**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА  
ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ  
ПО МЕТОДУ СТОКСА**

**Описание составила доц. Иванова Т.И.**

**Москва - 2011**

Подготовил методическое пособие к изданию доц. Авксентьев Ю.И.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА.

**Цель работы** — определение коэффициента внутреннего трения глицерина по методу Стокса. В задаче изучается движение маленького шарика из сплава Вуда в глицерине.

### Теоретическая часть.

На шарик, падающий в вязкой жидкости, действуют три силы: сила тяжести, сила Архимеда, сила внутреннего трения. Предполагается, что шарик достаточно мал, поэтому при движении он не возмущает жидкость и не оставляет за собой никаких завихрений. Такой шарик, двигаясь в жидкости, вовлекает в движение прилегающие слои жидкости, причем скорость этих слоев тем меньше, чем дальше они находятся от шарика. Таким образом, при вычислении сопротивления среды следует учитывать трение отдельных слоев жидкости друг о друга, а не трение шарика о жидкость. Для маленького шарика при малых скоростях падения в безграничной жидкости сила сопротивления по закону Стокса равна

$$f = 6 \pi \eta r V, \quad (1)$$

где  $\eta$  - коэффициент внутреннего трения,  $r$  - радиус шарика,  $V$  - скорость движения шарика.

Уравнение движения шарика в жидкости запишется в виде

$$m \frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ш} g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ж} g - 6 \pi \eta r V, \quad (2)$$

где  $\rho_{ш}$  - плотность вещества шарика,  $\rho_{ж}$  - плотность глицерина.

Как видно, сила тяжести и сила Архимеда — постоянные величины, а сила сопротивления зависит от скорости движения шарика.

Вначале шарик движется с ускорением, его скорость возрастает следовательно, возрастает и сила сопротивления, что, в свою очередь, приводит к уменьшению ускорения. Движение шарика считается установившимся, когда его ускорение становится пренебрежимо малым. Тогда уравнение (2) приобретает вид

$$0 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ш} g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{ж} g - 6 \pi \eta r V \quad (3)$$

Из (3) получаем формулу для определения  $\eta$ :

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}}{V_0} g r^2. \quad (4)$$

Формула (4) не учитывает влияния стенок сосуда на движение шарика, она получена для случая бесконечно протяженной жидкости.

Если шарик падает вдоль оси цилиндрического сосуда, то влияние стенок сосуда радиуса  $R$  учитывается следующей формулой:

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}}{V_0 (1 + 2,4r / R)}. \quad (5)$$

Рассмотрим более подробно характер движения шарика в вязкой жидкости. Определим зависимость скорости шарика от времени.

Запишем уравнение (2) в виде

$$m \frac{dV}{dt} = A - 6 \pi \eta r V, \quad (6)$$

где постоянная

$$A = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) \quad (7)$$

Для того чтобы решить дифференциальное уравнение (6), введем новую переменную

$$U = V - \frac{A}{6\pi\eta r} \quad (8)$$

и таким образом избавимся от постоянной  $A$ .

Очевидно,  $dU = dV$ . Уравнение (6) приобретает вид

$$m \frac{dU}{dt} = -6 \pi \eta r U. \quad (9)$$

Разделив обе части уравнения (9) на  $U$  и умножив на  $dt$ , получим

$$\frac{dU}{U} = -\frac{6\pi\eta r}{m} dt. \quad (10)$$

Проинтегрировав уравнение (10), имеем

$$\ln U = -\frac{6\pi\eta r}{m} t + \text{const.} \quad (11)$$

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий:  $t = 0, V = 0$  и  $U = U_0$ . Согласно (8)

$$U_0 = -\frac{A}{6\pi\eta r}. \quad (12)$$

При  $t = 0$  выражение (11) запишется в виде

$$\ln U_0 = \text{const}. \quad (13)$$

Подставив (13) в выражение (11), получим

$$\ln \frac{U}{U_0} = -\frac{6\pi\eta r}{m} t, \quad (14)$$

или

$$U = U_0 e^{-\frac{6\pi\eta r t}{m}}. \quad (15)$$

Переходя к переменной  $V$  (8) и учитывая (12), запишем формулу (15) в виде

$$V = \frac{2}{9} \frac{r^2 g (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}})}{\eta} \left( 1 - e^{-\frac{6\pi\eta r t}{m}} \right) \quad (16)$$

Как видно из выражения (16), скорость шарика с течением времени стремится к выражению

$$V_0 = \frac{2}{9} \frac{r^2}{\eta} g (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}). \quad (17)$$

Движение со скоростью  $V_0$  называется установившимся.

Ускорение шарика изменяется со временем по закону

$$a(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{4}{3} \frac{\pi r^3}{m} g (\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{ж}}) e^{-\frac{6\pi\eta r t}{m}}. \quad (18)$$

На рис. 1 представлены графики изменения скорости и ускорения шарика со временем.

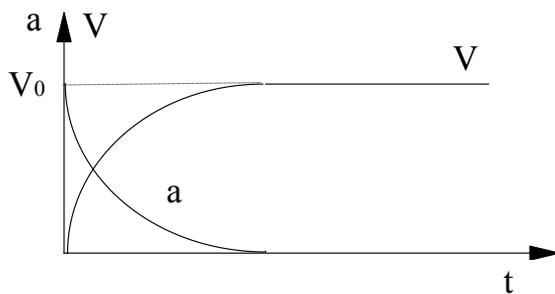


Рис.1

### Измерения.

В задаче исследуется коэффициент внутреннего трения глицерина, который находится в стеклянном цилиндрическом сосуде, помещенном в сосуд с водой

для уменьшения влияния изменения температуры в помещении, так как вязкость жидкости сильно зависит от температуры. Для измерения вязкости глицерина используются маленькие шарики из сплава Вуда. Диаметр шарика измеряется с помощью микроскопа с окулярным микрометром. Стекло лопаточкой берем шарик из банки и помещаем на предметное стекло микроскопа. Результаты измерения радиуса шарика заносим в таблицу.

Затем шарик осторожно опускаем в сосуд с глицерином как можно ближе к его оси. На цилиндрическом сосуде с глицерином нанесены две круговые метки. Одна — на 5-6 см ниже уровня глицерина, другая — на 20 см ниже верхней. В тот момент, когда шарик проходит верхнюю метку, включаем секундомер и выключаем его, когда шарик проходит нижнюю метку. Время движения шарика между метками заносим в таблицу. Измеряем расстояние между метками  $l$  и результат также заносим в таблицу.

Далее определяем скорость шарика  $V = l/t$  и по формуле (4) рассчитываем коэффициент вязкости глицерина для каждого шарика. Подобные измерения следует провести для десяти шариков. Результаты сводятся в таблицу.

Таблица				
$l =$ , см				
	г, см	t, с	V, см/с	$\eta$ , пуаз
1				
2				
3				
...				
10				

Коэффициент внутреннего трения  $\eta$  измеряется в пуазах ( $г/см с$ ).

В системе СИ  $\eta$  имеет размерность  $кг/м с$ . После определения  $h$  надо вычислить погрешности измерения.

## ЛИТЕРАТУРА.

1. Белов Д.В. «Механика», изд. Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова 1998, глава II – Динамика материальной точки, § 7 – Второй

закон Ньютона как дифференциальное уравнение движения, § 10 – Силы в ньютоновской механике, стр. 36 – 37.

2. Савельев И. В. «Курс общей физики» в 5-и книгах. Книга I «Механика», 1998 г., гл. 9, Гидродинамика,

§ 9.4 Силы внутреннего трения,

§ 9.5 Ламинарное и турбулентное течения,

§ 9.7 Движение тел в жидкостях и газах.