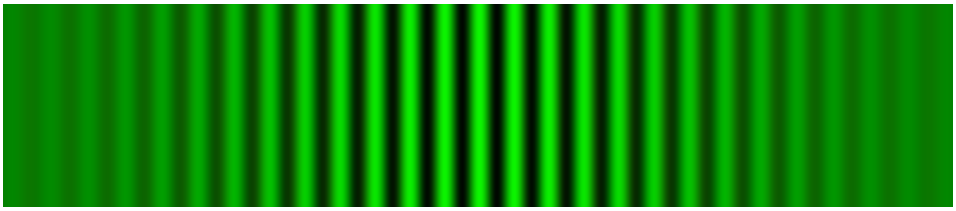
ЧАСТЬ ВТОРАЯ «Волновая оптика»

Глава IV. Интерференция света

”Кто бы мог подумать, что свет, слагаясь со светом, может вызвать мрак …”
Франсуа Араго



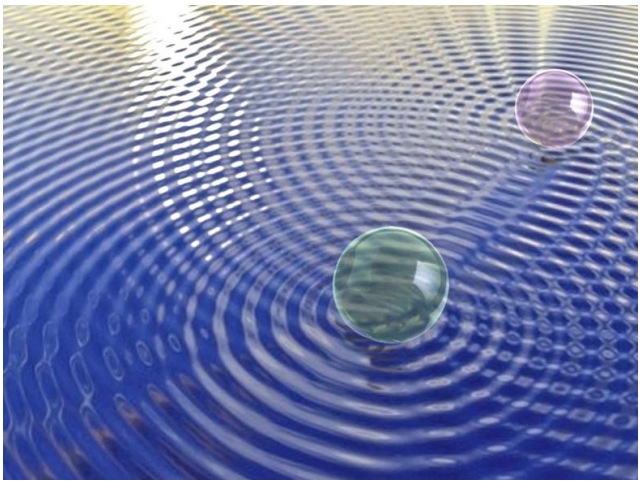


Рис. 1.1. Картины интерференции.

Свет как электромагнитная волна

Представления о природе света в истории человечества, науки, претерпели изменения с древних времён до наших дней. Не будем воспроизводить все перипетии на этом долгом и довольно непростом пути. Упомянем лишь гипотезу Пифагора о природе света и зрения, в соответствии с которой зрительное восприятие человека связано с тем, что глаза испускают особые частицы «корпускулы», которые ощупывают окружающее пространство. Возвращаясь снова в органы

зрения, они и позволяют человеку видеть. С той поры прошло немало времени, а «корпускулярная» теория определённым образом трансформировались и во взглядах такого великого учёного, как Исаак Ньютон. Современником Ньютона был Г.Х. Гюйгенс, который придерживался и активно развивал теорию о волновой природе света. И в 17-м и в 18-м веке эти две концепции сосуществовали в науке. Лишь непререкаемый авторитет Ньютона давал, вероятно, некоторый перевес корпускулярной теории. Обе теории позволяли примерно с одинаковым успехом объяснять такие явления, как отражение, преломление и прямолинейное распространение света в однородной среде. Т.е. так называемые законы геометрической оптики. Некоторые трудности корпускулярная теория Ньютона испытывала при объяснении явления дисперсии света (разложения белого света в спектр призмой). А ещё большие трудности при объяснении того, что впоследствии было названо «кольцами Ньютона» (и вообще радужной окраски тонких плёнок). Это противостояние концепций завершилось после знаменитых опытов Томаса Юнга (1801–1803 гг.) по наблюдению интерференции света, как типично волнового явления. Волновая концепция надолго (примерно на столетие) возобладала в умах учёных.

Из сформулированной в наиболее законченном виде теории электромагнетизма Максвелла следовал вывод о том, что ***свет – это электромагнитные волны определенного диапазона***. В ней также обосновывалась поперечность электромагнитных волн, и тот важный факт, что скорость их распространения определяется электрическими и магнитными свойствами среды. В 1887 г. Г. Герц экспериментально доказал существование электромагнитных волн и исследовал их свойства.

Казалось, что вопрос о природе света был решен окончательно и бесповоротно. Но XX век внес свои коррективы! Изучение количественных закономерностей теплового излучения света, данные спектроскопии излучения и поглощения атомов, закономерности фотоэффекта – все это свидетельствовало, что

световая (электромагнитная) энергия излучается и поглощается только строго определенными порциями – квантами. Пришлось вспомнить представления о свете, как о потоке особых частиц. Позже они были названы фотонами.

Таким образом, оказалось, что ***природа света имеет двойственный характер. Свету присущи как волновые, так и корпускулярные свойства***. В разных явлениях в большей степени проявляют себя либо первые, либо вторые. Именно в этом смысле говорят о «корпускулярно–волновом дуализме» (двойственности природы) света.

Мы же в дальнейшем посвятим наш анализ именно волновым свойствам света, которые ярко проявляются в явлениях интерференции, дифракции и поляризации. В соответствии с теорией Максвелла (см. главу III, §2) волновому уравнению подчиняются как напряжённость электрического $\vec{E}$, так и индукция магнитного поля $\vec{B}$ (см. рис. 2.2 на стр. 122). Для определённости мы в дальнейшем будем обсуждать только вектор $\vec{E}$. Различные оптические и зрительные эффекты обусловлены именно электрическим полем, поэтому выбор для обсуждения вектора $\vec{E}$ вполне обоснован.

§1. *Понятие об интерференции волн*

Интерференция – явление характерное для любых волн. Прежде, чем анализировать интерференцию света, рассмотрим простой пример интерференции волн упругих – волн на поверхности жидкости. Пусть над поверхностью воды в ванне на горизонтальной пластине укреплены два небольших шарика – см. рис. 1.2. Если пластину привести в колебательное движение вверх – вниз с частотой ω,

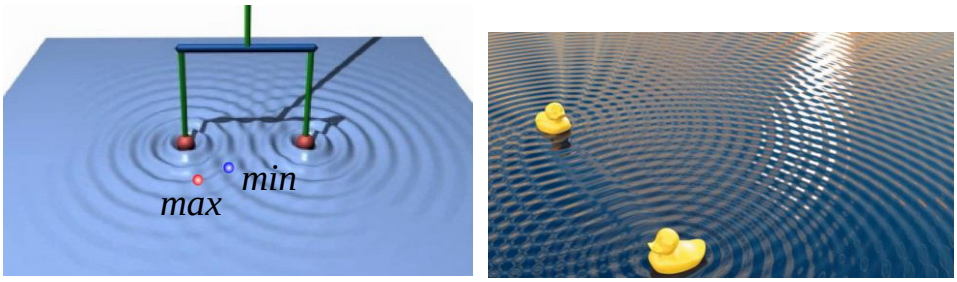


Рис. 1.2. Сложение волн на поверхности воды.

то шарики будут ударять о поверхность воды и играть роль двух точечных источников упругих волн – S_1 и S_2. От каждого побежит своя волна. Они будут приносить в каждую точку на поверхности своё колебание $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$. Будем предполагать, что выполняется так называемый принцип суперпозиции. Он заключается в том, что $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ независимы, и результат в каждой точке будет определяться суммой двух колебательных процессов:

$$\xi(x,y,t)=\xi_1(x,y,t)+\xi_2(x,y,t). \qquad (1.1)$$

Если источники S_1 и S_2, как мы и предположили в нашей модели, совершают согласованные колебания с одинаковой частотой ω, то для результирующего процесса можно записать:

$$\xi_p(x,y,t)=A_1\cdot\cos(\omega t-\varphi_1)+A_2\cdot\cos(\omega t-\varphi_2). \qquad (1.2)$$

Наблюдаемая при этом на поверхности воды картина весьма характерна. В некоторых местах мы обнаруживаем большую амплитуду колебаний частиц жидкости, тогда как в других они не колеблются

вовсе! Соответствующие места встречаются попеременно, чередуются друг с другом. Это и есть наиболее яркий признак так называемой «интерференционной картины» и присутствия самого этого явления интерференции – перераспределения энергии в пространстве.

Разберёмся подробнее, в чём тут дело? Если в какую-то точку пространства с координатами (x,y) волны приходят в одинаковой фазе (т.е. $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots$) – например, одновременно гребни (или впадины) обеих волн, то в этой точке наблюдается усиленный подъём воды. Через половину периода гребни сменяются впадинами – поверхность воды сильно опускается. Будем считать пока, что амплитуды волн равны, т.е. $A_1 = A_2 = A_0$.*) В этих точках амплитуда колебаний удваивается $A_p = 2A_0$, а интенсивность учетверяется: $I_p = 4I_0$! Такие места на поверхности мы будем называть максимумами интерференции – см. рис. 1.3,*а*. Разность фаз $(\omega t - kr_{1,2})$ волн определяется в нашем случае только расстояниями r_1 и r_2. Так как $\delta = k(r_1 - r_2) = \dfrac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta r$ из условия $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \ldots, \pm 2m\pi$ следует, что максимумы наблюдаются там, где $\Delta r = \pm m\lambda$ ($m = 1, 2, 3,$

*) Чаще всего именно случай приблизительного равенства амплитуд как раз наиболее интересен. Но мы уточним впоследствии и результат для случая $A_1 \neq A_2$.

…, т.е. Δr – целое число длин волн). Δr называется «разностью хода» волн. Пока что это сугубо геометрическое понятие.

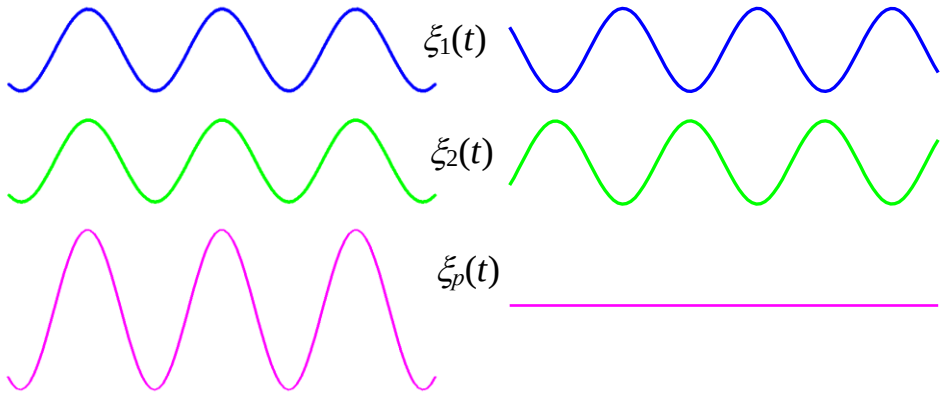


Рис. 1.3. Сложение колебаний в точках максимумов (*а*) и минимумов (*б*).

В тех же точках, куда волны приходят в противофазе (т.е. $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi, \pm 3\pi, \ldots, \pm(2m+1)\pi$) – где гребни одной волны встречаются со впадинами другой – колебания взаимно ослабляются. В таких точках действие двух волн приводит к гашению колебаний – их амплитуда A_p и интенсивность равны нулю $I_p = 0$! Этот случай мы будем называть минимумом интерференции – рис. 1.3,*б*. Минимумы наблюдаются там, где $\Delta r = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ (т.е. там, где Δr – полуцелое число длин волн).

А что же в других местах? В них происходят колебания со всеми промежуточными значениями

интенсивности от 0 до $4I_0$. Для сложения колебаний с промежуточными фазовыми соотношениями можно использовать метод векторных диаграмм. Заодно мы обобщим результаты на случай разных амплитуд складывающихся колебаний $A_1 \neq A_2$.

Отображаем гармонические функции $A_1 \cdot \cos(\omega t - kr_1)$ и $A_2 \cdot \cos(\omega t - kr_2)$ в виде векторов. Длина каждого – равна амплитуде колебания $A_{1,2}$, а направление определяется его фазой $\varphi_{1,2} = (\omega t - kr_{1,2})$. Разница фаз – угол δ между векторами на диаграмме рис. 1.4. Результирующий вектор направлен вдоль диагонали параллелограмма. По теореме косинусов получаем квадрат его длины, т.е. амплитуды результирующего

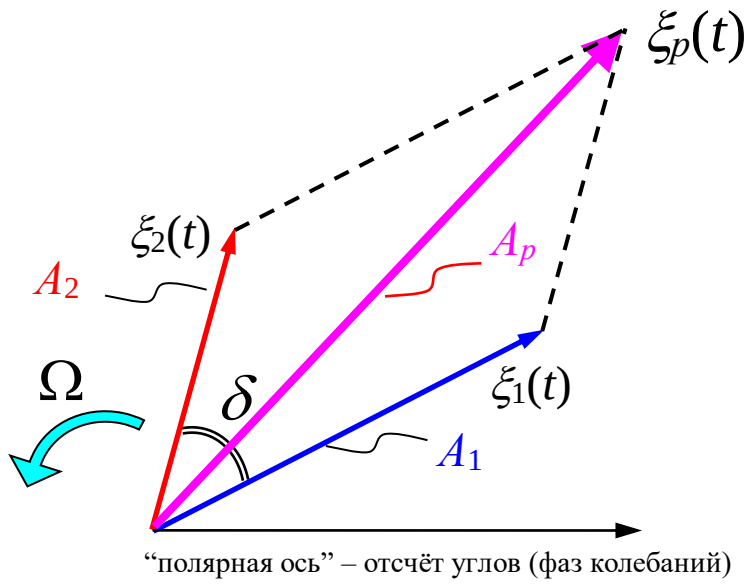


Рис. 1.4. Векторная диаграмма при интерференции волн.

колебания:

$$A_p^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta\,. \qquad (1.3)$$

Вспоминая теперь взаимосвязь энергии колебаний с его амплитудой, получаем для интенсивности:

$$I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cdot\cos\delta\,. \qquad (1.4)$$

Последний «добавок» называется «*интерференционным слагаемым*». Отличие от нуля этого добавка и говорит о том, что результатом сложения волн является не простое сложение их интенсивностей. Только такой случай и называется интерференцией.

Таким образом, отметим это ещё раз, в результате одновременного действия двух волн на поверхности воды обнаруживаются области, в которых колебания особенно сильны – ***максимумы***, чередующиеся с почти не возмущёнными областями – ***минимумами***. Наблюдается весьма характерное ***перераспределение энергии колебаний в пространстве*** (по сравнению со случаем одной волны) – это и называется «***интерференционной картиной***».

Дадим определение – что же мы будем назвать интерференцией? Итак,

- (*Опр.*) ***Интерференцией волн называется сложение волн с образованием устойчивой во времени интерференционной картины*** *(чередованием максимумов и минимумов результирующих колебаний в различных точках пространства)*

❖ Замечание

Интерференцией называется только тот случай, когда результат этого сложения устойчив во времени. Интерференционное слагаемое включает в себя косинус разности фаз $\cos\delta$. Давайте представим, что разница фаз есть функция времени. Тогда при наблюдении произойдёт усреднение $\langle\cos\delta(t)\rangle$ по времени. Не бывает таких приборов (в том числе это касается и нашего зрения), которые способны мгновенно фиксировать то или иное распределение интенсивности. Есть характерное время, необходимое для регистрации. И, если за это время изменения происходят быстро, то косинус обращается при усреднении в ноль. Результат – простое сложение интенсивностей: $I_p = I_1 + I_2$ – свидетельствует об отсутствии интерференции. И тут мы подходим к тем трудностям, которые возникают при обсуждении интерференции света, т.е. волн электромагнитных.

Сейчас же отметим, что наблюдать интерференцию возможно, если колебания, возбуждаемые волнами в каждой точке пространства, имеют постоянную, не зависящую от времени[*)], разность фаз δ. Для этого *источники волн должны иметь одинаковую частоту и постоянную разницу начальных фаз* (например, как в нашем примере, равную нулю). Такие волны *называются когерентными*.

---

*) Или достаточно медленно меняющуюся во времени, чтобы успеть зарегистрировать результат.

§2. *Интерференция света. Схема Юнга*

”Интерферируют только две части одного и того же света …”

Томас Юнг (1803 г.)

2.1. Проблемы когерентности

Почему же наблюдать интерференцию от двух источников света гораздо сложнее, чем в случае упругих волн? Световые волны от разных источников (даже от двух совершенно одинаковых лампочек или свечей) не являются когерентными. Свет испускается возбужденными атомами или молекулами вещества. При этом волны каждого такого элементарного излучения между собой никак не связаны по фазе (а также частоте и поляризации), следовательно, они не когерентны.

2.2. Интерференционная схема Юнга

(*опыты Юнга, 1801 – 1803 г.*)

Как же реализовать интерференцию света?

В схеме Юнга для получения когерентных волн решающим приёмом стал метод деления одной и той же исходной волны на две («деление волнового фронта»). Используя ширму с малым отверстием на пути света, Юнгу удалось реализовать модель первичного «точечного» источника (на рис. 2.1 он обозначен “S”). Свет от него падает на непрозрачный экран с двумя маленькими отверстиями S_1 и S_2 или двумя узкими щелями. Расстояние d между ними на рисунке большое. В действительности оно много

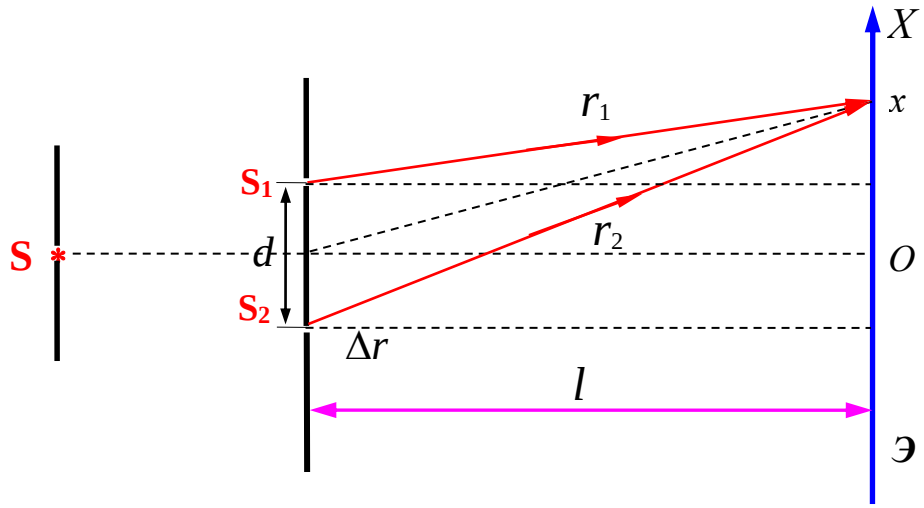


Рис. 2.2. Интерференционная схема опыта Юнга.

меньше расстояний от источника до ширмы и от неё до экрана. Поскольку S_1 и S_2, по сути, малые элементы одного сферического волнового фронта эти источники совершают колебания в одной фазе – φ_{01} и φ_{02} равны друг другу ($\varphi_{01} = \varphi_{02}$). Важно, что это соотношение не меняется с течением времени!

Теперь надо выяснить, каким будет распределение интенсивности света на экране $I(x)$, от чего это зависит, где расположены максимумы и минимумы. От каждого источника S_1 и S_2 к точке экрана с произвольной координатой «x» «отправим» свою волну, обозначив соответствующие расстояния r_1 и r_2. Каждая волна возбуждает в этой точке колебание электрического поля с напряжённостью:

$$E_1(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kr_1) \text{ и } E_2(x,t) = E_0 \cos(\omega t - kr_2).$$

Поскольку расстояния для точек центральной части экрана при условии $r_{1,2} << l$ отличаются очень мало, амплитуды напряжённости электрического поля электромагнитных волн практически равны – $E_{01,2} = E_0$. Как мы помним, результат сложения определяется разностью фаз колебаний $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta r$, где Δr разность хода волн. С учётом равенства (1.4), для интенсивности в зависимости от разности фаз волн δ, приходящих от источников S_1 и S_2 в разные точки экрана мы получим:

$$I(\delta) = 2I_0(1 + \cos\delta). \qquad (2.1)$$

Представим этот результат на рис. 2.2. Это график косинуса, только смещённый вверх по оси интенсивностей на $2I_0$. Интенсивность меняется в пределах от 0, это минимумы, до $4I_0$ – а это максимумы. Где они находятся – определить их координаты на экране, мы теперь как раз и должны понять.

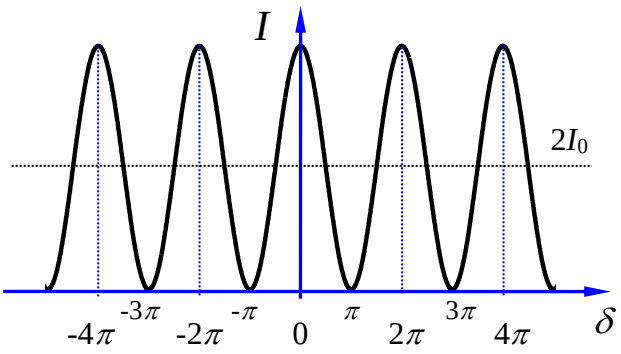


Рис. 2.2. Распределение интенсивности в схеме опыта Юнга.

2.3. Положение максимумов и минимумов. Ширина интерференционной полосы

Прежде всего, наша задача – связать между собой разность хода волн Δr и координату x точек экрана, куда «прибегают» волны от источников S_1 и S_2. Помня об условии $d << l$, воспользуемся соотношением подобия треугольников, заштрихованных на рис. 2.3*), и запишем:

$$\frac{\Delta r}{d} = \frac{x}{l}. \qquad (2.2)$$

Отсюда искомая «связка» разности хода с координатой выглядит следующим образом:

$$\Delta r = \frac{d}{l} \cdot x. \qquad (2.3)$$

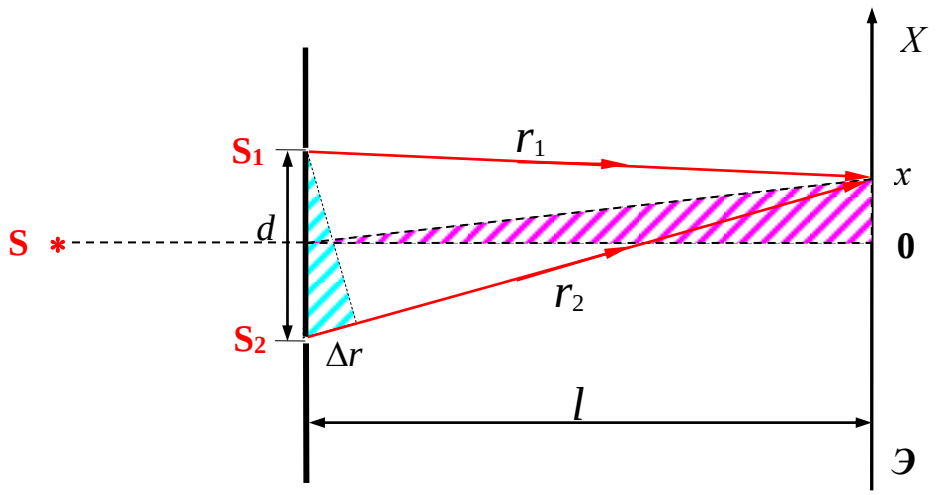


Рис. 2.3. К расчёту разности хода для разных точек экрана в схеме Юнга.

*) Строго говоря, они «приблизительно подобны». Но с хорошей точностью при указанном условии $l >> d$, также как и само приведённое соотношение подобия (2.2).

Максимумы наблюдаются там, где разность хода $\Delta r = \pm m\lambda$, а это значит:

$$x_{\max} = \pm m\frac{l}{d}\lambda, \qquad (2.4)$$

Число $m = 0, 1, 2, \ldots$ называется порядком интерференции. Для минимумов разность хода равна полуцелому числу длин волн $\Delta r = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$. Отсюда мы получаем и их координаты:

$$x_{\min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{l}{d}\lambda\,. \qquad (2.5)$$

Теперь найдём и ширину интерференционной полосы – можно назвать таковой какую-либо светлую (или тёмную) полоску на экране. Примем её за расстояние между соседними минимумами (максимумами). Эти расстояния одинаковы и равны :

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda\,.^{*)} \qquad (2.6)$$

2.4. Оптическая разность хода. Рефрактометрия

Как мы видим, длина волны λ присутствует во всех интерференционных условиях (2.2 – 2.6). Уместен вопрос – а какая это длина волны? Ведь при распространении света в среде длина волны

*) Результаты (2.4)–(2.6) достаточно точны вблизи центра интерференционной картины.

изменяется по сравнению со значением в вакууме (или в воздухе) λ_0. Длина волны в среде λ меньше, чем в вакууме λ_0, поскольку меньше в n раз скорость распространения волн, где n – показатель преломления среды. Результат сложения волн зависит от фазового соотношения между колебаниями, которое определяется не просто геометрической разностью хода волн Δr, а величиной $\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n\Delta r$. Учёт изменения длины волны света в среде (приводит к важнейшему понятию – ***оптической разности хода***:

$$\Delta = \Delta r \cdot n. \qquad (2.7)$$

Здесь мы предполагали, что обе волны распространяются в одной и той же среде. Скажем, если в схеме Юнга мы заполнили всё пространство прозрачным веществом с показателем преломления n.

Что же такое «рефрактометрия»? Это метод, который как раз и выявляет влияние показателя преломления на распределение интенсивности по экрану, на положение и ширину полос интерференционной картины. В общем случае интерферирующие волны могут проходить свой оптический путь в разных средах. Тогда оптическая разность хода равна:

$$\Delta = r_2 \cdot n_2 - r_1 \cdot n_2, \qquad (2.8)$$

где $l_i = r_i \cdot n_i$ – оптический путь волны с учётом изменения скорости света в данной среде. Отметим ещё раз, что именно он определяет фазу принесённого волной в данную точку колебания, а значит и результат сложения волн (интерференции).

Пример 2.1. Рефрактометрия в схеме Юнга

В модифицированной схеме Юнга одно из отверстий перекрывается пластинкой или кюветой с исследуемым веществом. По смещению полос интерференционной картины можно весьма точно определять либо показатель преломления вещества n (отсюда и название метода), либо толщину h соответствующей пластинки или кюветы с испытуемым веществом. Обсудим, как это сделать.

Оптический путь волны от первичного источника S, попадающей в отверстие S_2 (см. рис. 2.1), больше на $\Delta l = (n-1)h$, чем для S_1. Поэтому начальная фаза колебаний φ_{02} для вторичного источника S_2 задержана на $\frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)h$ по сравнению с φ_{01}. Условие наблюдения максимума нулевого порядка $\Delta r = 0$ теперь, очевидно изменится. Новое условие, обеспечивающее равенство фаз колебаний (при равенстве оптических путей волн) для нулевого максимума, должно выглядеть так:

$$(n-1)h + \Delta r = 0$$

Отсюда легко получить новое положение нулевого максимума:

$$x^*_{(m=0)} = -\frac{(n-1)h \cdot l}{d}.$$

Знак минус говорит о том, что этот максимум смещается вниз по экрану. Если измерять смещение в долях ширины интерференционных полос (как это обычно и делается) смещение нулевого максимума

произойдёт на $N = \frac{(n-1)h}{\lambda_0}$ полос. На столько же, конечно, сместятся и остальные полосы в центральной части интерференционной картины.

§3. *Степень когерентности. Временна́я и пространственная когерентность*

Ранее мы использовали сильно идеализированную модель источников света. А именно, мы считали их точечными и испускающими строго монохроматические световые волны. Только в этом случае возможна полная когерентность и могла бы наблюдаться чёткая и стабильная интерференционная картина в любой области, куда попадают волны от этих источников. В действительности приходится иметь дело с волнами, когерентными лишь в той или иной степени – это понятие не абсолютно!

Различают временну́ю и пространственную когерентность света. Обсудим каждый из факторов, влияющих на степень когерентности световых волн, по отдельности.

3.1. Влияние немонохроматичности. Временна́я когерентность

Пример 3.1. Начнём со всё ещё гипотетического модельного случая, и будем по шагам «приближаться к реальности». Каждый из источников моно-хроматичен – его спектр имеет вид, показанный на

рис. 3.1. Однако, частоты излучаемого света немного отличаются – ω_0 и $\omega_0 + \Delta\omega$. Пусть световые волны от таких источников S_1 и S_2 (ими могут быть две узкие щели в схеме Юнга) в одну точку пространства (точка «O» на рис. 3.2). Тогда колебания электрического поля возбуждённые в этой точке можно описать так [*]:

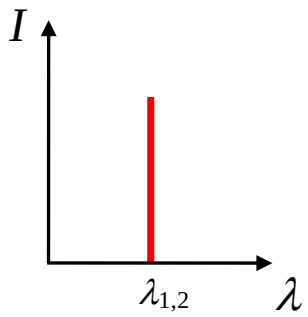


Рис. 3.1. Спектр монохроматического источника.

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad E_2 = E_0 \cos[(\omega + \Delta\omega)t + \varphi_2].$$

Значения φ_1 и φ_2 зависят от начальных фаз и расположения источников S_1 и S_2, поэтому определяются только координатами точки наблюдения

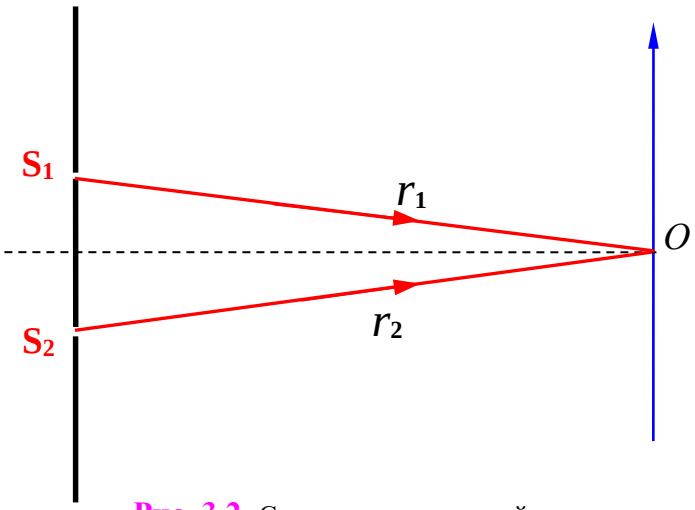


Рис. 3.2. Сложение волн в одной точке.

[*] Предполагая, что точки наблюдения значительно удалены от близко расположенных источников S_1 и S_2, можно считать, что эти колебания сонаправлены.

(x,y,z). Обозначим их разность $(\varphi_1 - \varphi_2) = \delta_0$ – она нисколько не меняется с течением времени! Если выбрать точку наблюдения на одинаковых расстояниях от источников и считать начальные фазы одинаковыми $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ – это ещё больше упрощает ситуацию, так как теперь $\delta_0 = 0$. Выполним сложение гармонических колебаний привычным уже методом векторных диаграмм. Квадрат амплитуды результирующего колебания по теореме косинусов равен:

$$E_p^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cdot \cos[(\omega + \Delta\omega)t]$$

или

$$E_p^2 = 2E_0^2 \cdot [1 + \cos(\Delta\omega t)].$$

Вспоминая соотношение между интенсивностью и амплитудой колебаний ($I \sim A^2$), получим довольно простой для анализа результат:

$$I_p = 2I_0 \cdot [1 + \cos(\Delta\omega t)].$$

Полезно представить эту зависимость графически. Рис. 3.3,*а* демонстрирует поведение мгновенной интенсивности $I_p(t)$. Она пульсирует – колеблется с течением времени относительно суммы интенсивностей каждого колебания в отдельности – значение $2I_0$. Регистрирующий прибор, однако, усредняет при измерениях эти пульсации – абсолютно безынерционных приборов не существует. Если время регистрации $\tau_{рег}$ превышает период таких колебаний, то результатом усреднения будет сумма

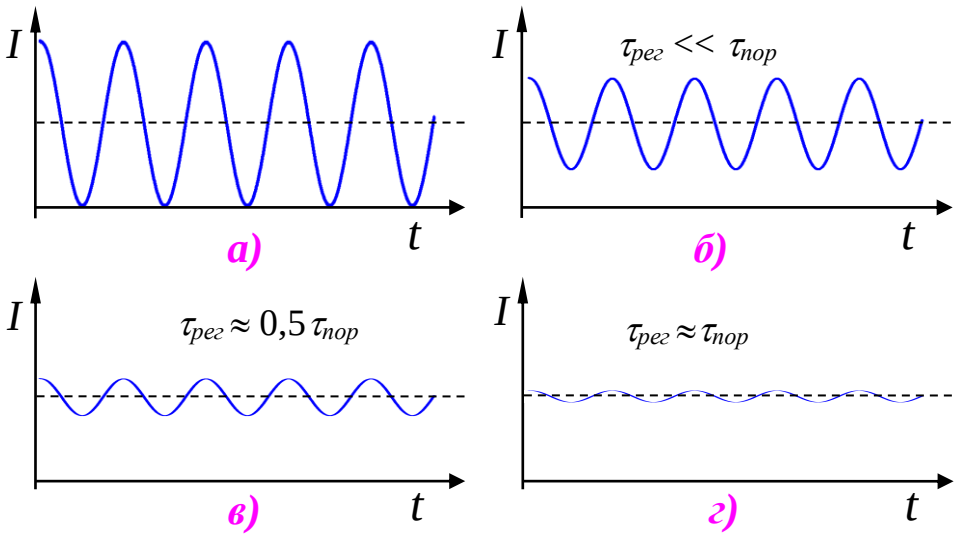


Рис. 3.3. Результаты измерения интенсивности приборами с разными $\tau_{рег}$.

интенсивностей $2I_0$. Это, как мы знаем, отсутствие интерференции. Результат для промежуточных значений времени регистрации $\tau_{рег}$ (времени усреднения) мы привели на рисунках 3.3,*б – г*. Как мы видим, приближение времени регистрации к пороговым значениям порядка периода пульсаций $\tau_{пор} = \dfrac{2\pi}{\Delta\omega}$ *) ведёт сначала к уменьшению, а затем и полной «потере контраста» – минимумы соответствуют уже отнюдь не полному отсутствию света $I_p = 0$, а интенсивность в максимумах не достигает $4I_0$.

Мы установили некое характерное время τ значительного (порядка π) изменения разности фаз δ. За это время фазовое соотношение между

*) В данном примере даже к вдвое меньшим значениям.

складывающимися колебаниями принимает все возможные значения – от полного совпадения ($\delta = 0$) до противофазы ($\delta = \pi$) – *какая либо фазовая согласованность полностью утрачивается*. При временах $\tau_{рег}$ заметно меньших этого времени, пульсации света в данной точке обнаружимы (фотоприёмником или просто глазом). Таким образом, за оценочное значение (временной порог) времени сохранения согласованности колебаний можно принять время порядка $\frac{2\pi}{\Delta\omega}$. Его и называют *временем когерентности*, и записывают, обычно, используя «язык» длин волн:

$$\tau_{ког} = \frac{\lambda^2}{c \cdot \Delta\lambda}.^{*)} \qquad (3.1)$$

За время когерентности волна успевает пробежать расстояние равное $c \cdot \tau_{ког}$. Его принято называть, соответственно, длиной когерентности:

$$l_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}. \qquad (3.2)$$

Длина когерентности имеет размерность расстояния, хотя, как мы видели, это характеристика временно́й когерентности волн.

Несколько позже мы уточним смысл использования такого параметра и его роль при

*) Такой переход нетрудно обосновать, вспомнив соотношение между циклической частотой ω и длиной волны: $\omega = 2\pi c/\lambda$. Проделайте для тренировки это самостоятельно (считайте при этом, что $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \approx \lambda^2$).

выяснении пригодности той или иной реальной оптической схемы для наблюдения интерференции света. А пока отметим, что этот модельный пример сам по себе не объясняет размытие интерференционной картины Юнга (или любой иной) от немонохроматического первичного источника света S – в каждой точке экрана складываются волны от одного и того же атома, испущенные за время одного акта излучения (принадлежащие одному цугу)! Однако он позволяет понять относительность понятия когерентности и почувствовать тесную связь временных и пространственных ограничений при использовании реальных источников света.

Пример 3.2. Пусть теперь каждый из источников S_1 и S_2 характеризуется двумя близкими спектральными линиями – λ и $\lambda + \delta\lambda$ (см. рис. 3.4). И интересовать нас будет уже полная интерференционная картина на экране в схеме Юнга. В точку O этой картины (напротив середины промежутка между щелями) все волны приходят в одной фазе – в этой точке наблюдается максимум для всех составляющих спектрального диапазона источников. Для остальных

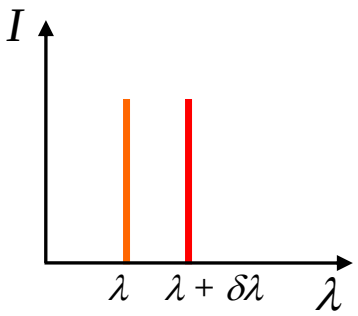


Рис. 3.4. Спектр каждого из источников.

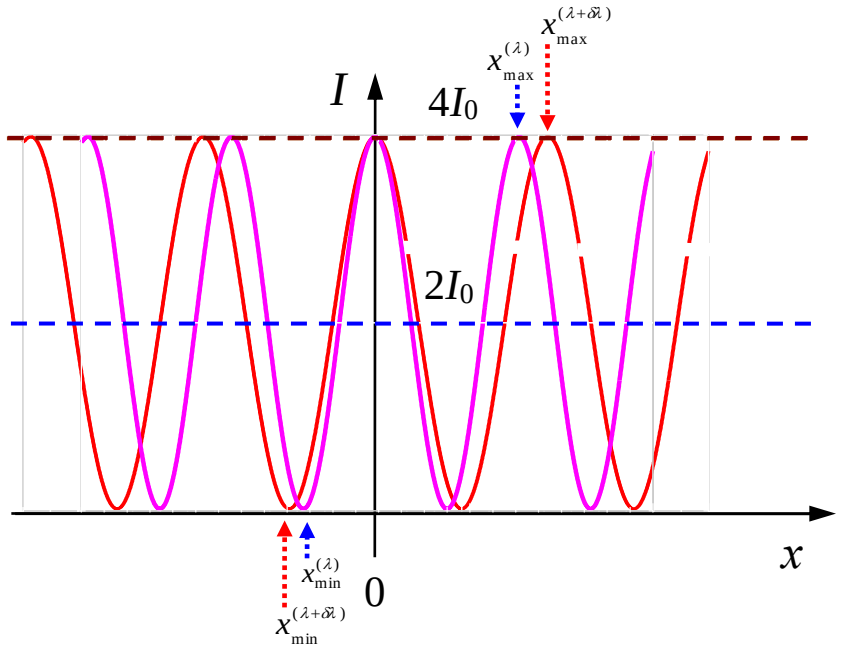


Рис. 3.5. Наложение интерференционных картин от монохроматических источников с близкими частотами.

точек экрана каждой спектральной составляющей будет сформирована своя картина распределения интенсивности с чередованием максимумов и минимумов – см. рис. 3.5. И эти картины накладываются друг на друга – прибор (фотоприёмник или глаз) фиксирует суммарную интенсивность в каждой точке экрана! Положение максимумов и минимумов, как мы помним, задано условиями (2.4 и 2.5):

$$x_{\max} = \pm m\frac{l}{d}\lambda \qquad \text{и} \qquad x_{\min} = \pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{l}{d}\lambda\,.$$

Т.е. для более длинноволновой части спектра источников они будут располагаться дальше от центра, ширина интерференционных полос также

увеличивается. «Видность» (контраст) картины по мере удаления от центра ухудшается – интенсивность в минимумах уже не равна нулю, а в максимумах – меньше, чем в центре картины. Определим порядок интерференции (номер полосы), для которого максимум (светлая полоса) для длины волны $\lambda + \delta\lambda$ “наедет” (окажется на том же месте) на минимум (тёмная полоса) для длины волны λ. Интерференционные полосы в этом месте исчезают – картина «замывается». С учётом равенств (2.4, 2.5) можно записать:

$$m' \cdot (\lambda + \delta\lambda) = \left(m' + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda .$$

Отсюда: $m' = \dfrac{\lambda}{2\delta\lambda}$. Для номеров полос много меньших, чем найденное характерное значение m' интерференционная картина почти столь же отчётлива, как и для света с одной длиной волны λ. Хотя при дальнейшем удалении от центра будет наблюдаться периодическое улучшение контраста – полосы становятся попеременно, то отчётливыми то размытыми, принято считать, что приемлемой для наблюдения интерференционная картина является лишь в центральной области вплоть до полос с номером m'.

Пример 3.3. Обобщим полученные результаты на существенно более реалистичную ситуацию – точечные источники света S_1 и S_2 немонохроматичны, спектр их излучения непрерывно распределён в интервале с конечной шириной $\Delta\lambda$*) – см. рис. 3.6,*а* и *б*. Рисунок 3.7 помогает понять, что происходит в этом случае с видностью интерференционной картины – по мере

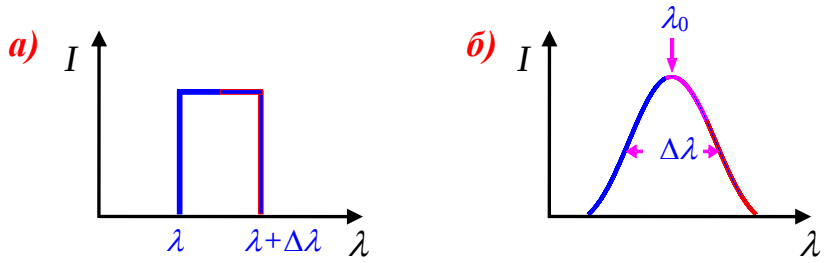


Рис. 3.6. Непрерывные спектры первичного источника S

удаления от центра она значительно падает. Не проводя подробно анализ с разбиением излучения от источников на спектральные пары компонент вида λ' и $\lambda' + \Delta\lambda/2$ (или:

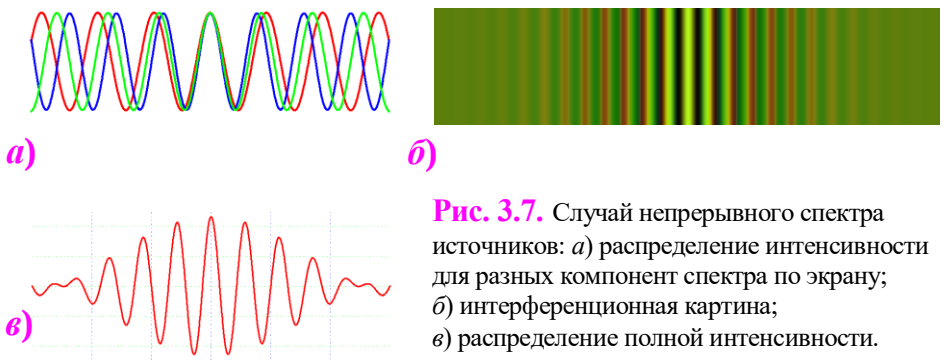


Рис. 3.7. Случай непрерывного спектра источников: *а*) распределение интенсивности для разных компонент спектра по экрану; *б*) интерференционная картина; *в*) распределение полной интенсивности.

*) Хотя для количественного анализа обычно используют более простую «форму линии» – прямоугольник (рис. 3.6,*а*), в силу оценочного характера получаемого результата отличие от более реалистичного спектра (рис. 3.6,*б*) несущественно.

отстоящих друг от друга на $\Delta\lambda/2$), можно догадаться, что первое исчезновение интерференционного контраста произойдёт при $m = 2m' = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$. Можно считать, что интерференция наблюдается лишь в области $m < \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$ *). Подчеркнём, что полученное значение (как и другие, обсуждаемые в этом пункте) носит сугубо оценочный характер. Оно позволяет утверждать, что свет с данной степенью монохроматичности $\dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$ **) от источников S_1 и S_2 когерентен при низких порядках $m < \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$ и перестаёт быть таковым в случае превышения величин $\dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$.

Попробуем теперь согласовать оценочные величины степени когерентности, полученные в примерах 3.1 и 3.3. Изменение условия максимума для света с длиной волны $\lambda + \Delta\lambda$ на условие минимума для света с длиной волны λ означает, что оптическая разность хода волн до данной точки экрана изменилась на $\lambda/2$. Смещение из центра ($\Delta = 0$) в область полос с $m_{\max} = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda}$ означает увеличение

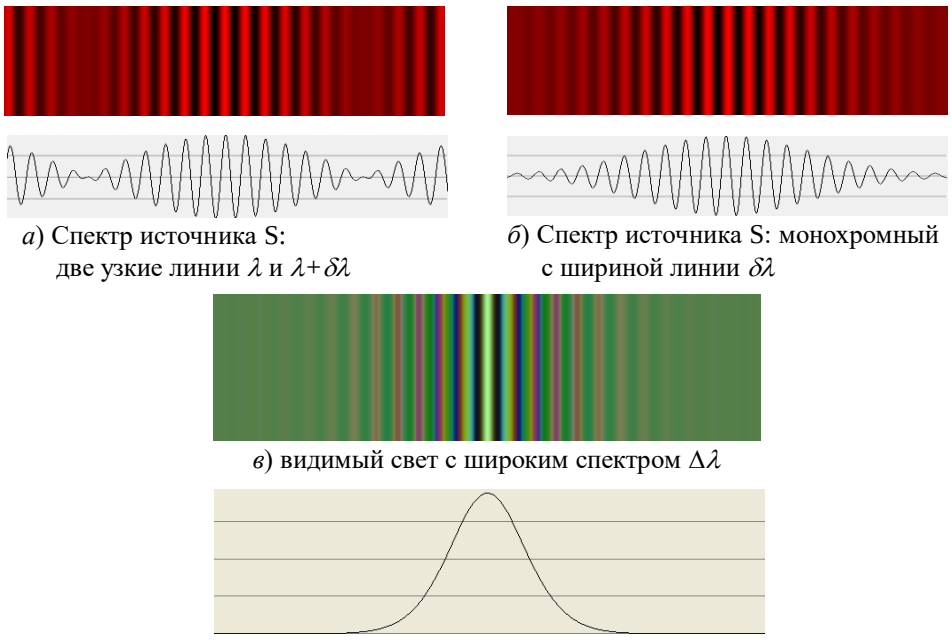
*) Заметим, что это значение называют также *числом когерентных колебаний*.

**) Соответственно обратная величина, при желании, может быть названа степенью немонохроматичности ☺

оптической разности хода на $m_{\max} \cdot \lambda = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}$. Мы пришли к заключению, что при дальнейшем увеличение разности хода интерференция не наблюдается, волны становятся некогерентными. Таким образом, величина $\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ играет роль ограничивающей разность хода в интерференционных схемах. Она называется, как мы помним, длиной когерентности $l_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ и связана простым соотношением с временем когерентности $\tau_{ког} = \frac{1}{c}\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$ – оценочным значением времени сохранения согласованности колебаний, также полученном нами в примере 1.

Длину когерентности удобно использовать для определения допустимых значений оптической разности хода Δ не только в схеме Юнга, но и в различных иных схемах наблюдения интерференции. Например, может быть решён вопрос о том, достаточно ли мала толщина плёнки для того, чтобы наблюдать контрастную картину полос равной толщины или равного наклона (вспомните задачу о клиновидной пластинке или кольцах Ньютона).

Приведём простой пример оценки максимального порядка отчётливо наблюдаемых интерференционных полос. Если в качестве первичного источника, использовать солнечный свет, то его спектральный диапазон составляет примерно 350 *нм*. Поскольку на середину диапазона приходится 550 *нм*, получаем оценку числа когерентных колебаний равную двум. Казалось бы, используя этот свет, нельзя наблюдать более двух максимумов по обе стороны от центрального. Наше зрение, однако, “умеет” различать цвета ! Можно увидеть до 10 полос разного цвета, так как спектральная ширина $\Delta\lambda$, соответствующая каждому цвету радуги, составляет около 30–50 *нм* – см. рис. 3.8,*в*.



а) Спектр источника S: две узкие линии λ и $\lambda+\delta\lambda$

б) Спектр источника S: монохромный с шириной линии $\delta\lambda$

в) видимый свет с широким спектром $\Delta\lambda$

Рис. 3.8. Интерференционная картина и распределение интенсивности света в ней (*а* и *б*) и «видности» (*в*) для разных спектров источника S.

3.2. Влияние размеров источника. Радиус когерентности (пространственная когерентность)

Свои ограничения на возможность наблюдать интерференцию (т.е. на степень когерентности излучения) накладывают и конечные размеры первичного источника. Ведь свою интерференционную картину формирует излучение от каждой группы атомов, положение которых существенно отличается внутри такого протяжённого источника. Для анализа подобных ограничений удобно также воспользоваться классической схемой опыта Юнга – см. рис. 3.9. Для группы излучающих атомов S из самого центра протяжённого источника могла бы наблюдаться достаточно контрастная картина чередующихся максимумов и минимумов с максимумом нулевого порядка по центру и с шириной интерференционной

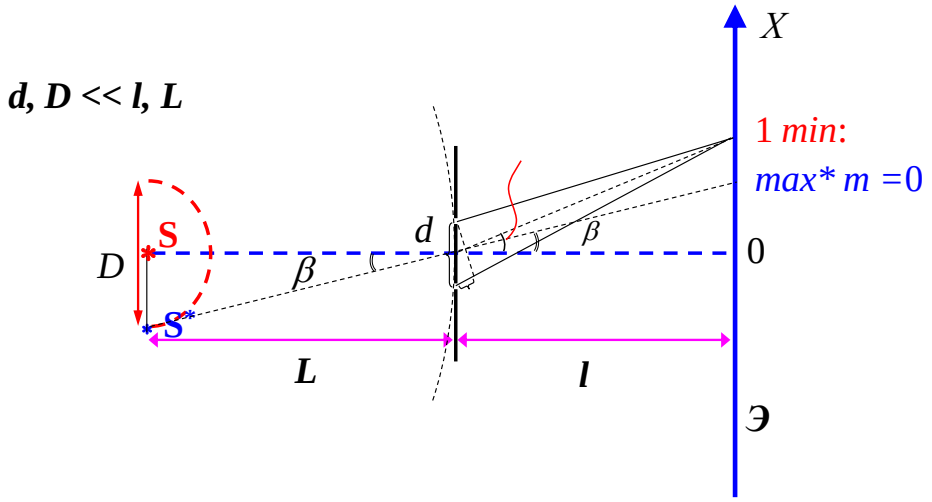


Рис. 3.9. К объяснению роли размеров источника S.

полосы Δx. Для атомов S*, располагающихся на краю такого источника, на расстоянии от его центра, интерференционная картина сдвинута тем больше, чем больше значение $D/2$. Положение максимума нулевого порядка, как нетрудно предположить, будет определять угол $\beta = \frac{D/2}{L}$. Для всех остальных групп атомов, находящихся от центра источника на меньшем расстоянии, «нулевой» максимум будет занимать промежуточное положение. Сложение подобных интерференционных картин на экране приводит к уменьшению контраста (её видности). Воспользуемся тем же критерием потери видности: выясним, когда нулевой максимум от крайней группы излучающих атомов S* «наедет» (совпадёт по положению) на минимум первого порядка картины от центральных атомов S. Исходя из этого, получим формальное условие, ограничивающее допустимые размеры протяжённого источника:

$\frac{D}{2L} < \frac{x_1^{\min}}{l}$ или $\frac{D}{2L} < \frac{l\lambda/2d}{l}$, т.е. $\frac{D}{2L} < \frac{\lambda}{2d}$ откуда и получаем искомое ограничение:

$$D < \frac{L\lambda}{d}. \qquad (3.3)$$

Поставим теперь вопрос иначе: «В какой области пространства излучение источника с конкретными характерными размерами D остаётся когерентным?»

Для проверки когерентности на пути излучения поставим препятствие с двумя малыми отверстиями – излучение будем считать когерентным, если за препятствием наблюдается интерференционная картина. Из этих же оценок получим, что отверстия должны располагаться на расстоянии не больше, чем:

$$\frac{L\lambda}{D} \equiv r_{\text{ког}}\,. \qquad (3.4)$$

Это расстояние принято называть радиусом когерентности – ещё одна важная характеристика степени когерентности излучения. Он определяет границы области пространства на расстоянии от протяжённого источника, в которых излучение сохраняет когерентность – см. рис. 3.9. Соответственно углом когерентности принято называть величину

$$\varphi_{ког} = \frac{\lambda}{D}\,. \qquad (3.5)$$

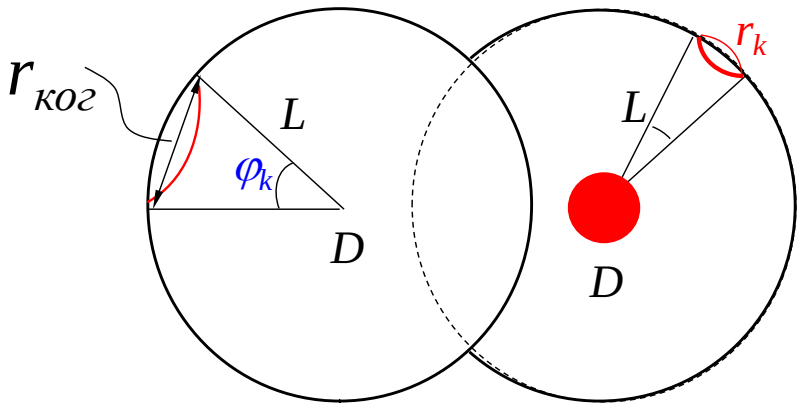


Рис. 3.9. Радиус когерентности.

Для примера опять проведём оценку радиуса когерентности знакомого излучающего объекта – Солнца. Его угловой размер $\frac{D}{L}$ примерно 0,01 $рад$. А значит радиус когерентности $r_{ког} = \frac{\lambda}{D/L} \approx \frac{500\ нм}{0{,}01}$ или $r_{ког} = 50\ мкм = 0{,}05\ мм$. Это очень мало! В этом и была причина трудностей Гримальди в попытках наблюдать интерференцию, используя солнечный свет, падающий на препятствие с малыми отверстиями. Их практически невозможно расположить на столь малом расстоянии друг от друга, выполняя требования *пространственной когерентности.*

3.3. Итоговые замечания к параграфу 3

Дополнительным, причём весьма мягким в большинстве случаев, ограничением на характеристики интерферирующего излучения является требование неортагональности направлений векторов напряжённости электрического поля. Иногда это требование даже ассоциируют с только что обсуждавшимся понятием когерентности, добавляя к вышеприведённым. Нам представляется предпочтительным рассматривать это ограничение отдельно, применительно к довольно специфическим явлениям интерференции поляризованных волн. А под когерентностью понимать всё же условия достаточной «согласованности колебаний», то есть

определённости фазового соотношения между ними.

Отметим, что во всех упоминавшихся схемах наблюдения интерференции, колебания возбуждаются волнами, попадающими в точку наблюдения под малыми углами друг к другу. В такой ситуации для неполяризованного света всегда складываются колебания, происходящие в одном направлении. Особенности наблюдения интерференции поляризованного света и специальные оговорки по этому поводу у нас ещё впереди.

§4. *Интерференция в тонких плёнках*

4.1. Оптическая схема. Условия максимумов и минимумов. (деление светового потока)

Схема Юнга относится к классу интерференционных схем «с делением волнового фронта». Другой класс – схемы с делением светового потока. При наблюдении интерференции в тонких плёнках свет падает на границу раздела двух прозрачных сред (см. рис. 4.1) (вдоль луча 1 на нашей схеме) и в точке «A» делится на два потока – отражённый (вдоль луча 1′) и преломленный. Преломленный свет после отражение от второй границы раздела в точке «B» также испытывает преломление на первой границе и возвращается в первую среду вдоль луча 1′′.

Интерференция наблюдается либо в отражённом

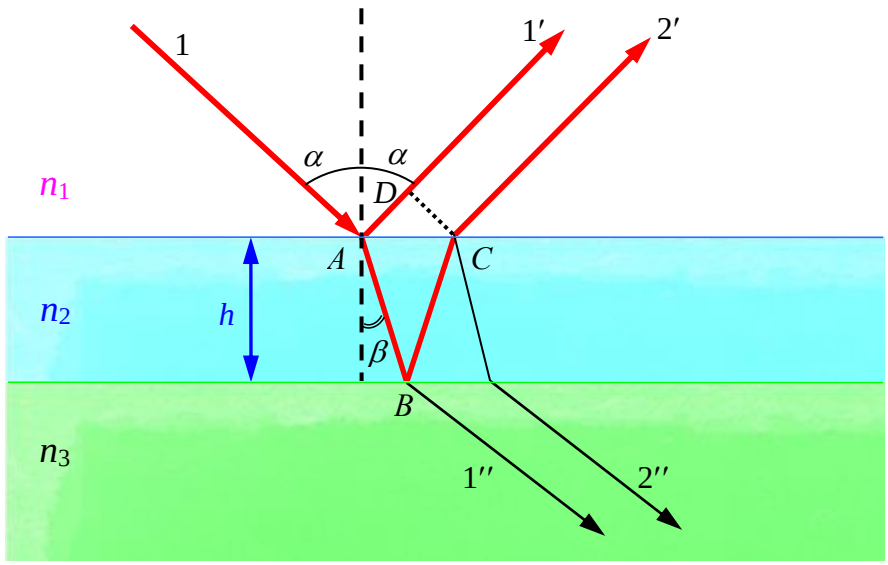


Рис. 4.1. Схема хода лучей при наблюдении интерференции в тонкой плёнке.

свете при взаимодействии когерентных волн, распространяющихся вдоль лучей 1' и 2', или в проходящем – 1" и 2". Если плёнка плоскопараллельна, то соответствующие пучки могут перекрываться только очень далеко от плёнки (“на бесконечности”). Для наблюдения интерференционной картины на конечном расстоянии от плёнки на пути лучей 1' и 2' (или 1" и 2") можно поместить собирающую линзу, а в её фокальной плоскости – экран или фотоприёмник.

Выясним теперь, при каких условиях в отражённом свете реализуются условия максимума или минимума интерференции. Геометрическая разность хода, между волнами 1' и 2' равна $\Delta r = (AB + BC) - CD$ (после точек C и D оптические пути волн

одинаковы). Но результат интерференции, как мы знаем, определяется не геометрической, а оптической разностью хода волн. Чтобы записать её корректно, придётся оговорить дополнительно соотношение показателей преломления сред.

• 4.1.1. *"Случай" $n_1 < n_2 < n_3$*

Учтём, прежде всего, различие скорости распространения волн в разных средах $\Delta = (AB + BC)\cdot n_2 - AD\cdot n_1$. Можно показать*), что оптическая разность хода в нашем случае, равна $2h\cdot n_2\cdot\cos\beta$, где β – угол преломления. Поэтому условие максимумов интерференции в отражённом свете будут иметь вид:

$$2h\cdot n_2\cdot\cos\beta = m\cdot\lambda_0 , \qquad (4.1)$$

а условие минимумов:

$$2h\cdot n_2\cdot\cos\beta = (m - 1/2)\cdot\lambda_0 , \qquad (4.2)$$

где $m = 1, 2, \ldots$ – порядок интерференции; здесь λ_0 – длина волны света в вакууме.

Пример 4.1. "*Просветление оптики*"

Стеклянная пластинка покрыта прозрачной полимерной плёнкой с показателем преломления $n_2 = 1{,}25$. Для какого спектрального диапазона плёнка толщиной $h = 0{,}1$ *мкм* играет роль просветляющей?

Так как показатель преломления стекла обычно больше n_2 ($n_3 = n_{ст} \approx 1{,}5$), то условие $n_1 < n_2 < n_3$ выполнено. Плёнка является «просветляющей», если свет

*) Соответствующий расчёт можно посмотреть в любом учебном пособии, рекомендованном по курсу, мы этого делать не будем.

будет проходить сквозь систему с минимальными потерями на отражение. Условие минимума в отражённом свете при нормальном падении имеет вид: $2h{\cdot}n_2 = \lambda_0/2$. Отсюда легко найти длину волны $\lambda_0 = 5{\cdot}10^{-7}$ *м* (500 *нм*) – это зелёный свет. В диапазоне близких длин волн плёнка повышает светосилу оптического прибора. Объектив при этом будет слегка окрашен в сине-фиолетовые тона за счёт максимума отражения волн с вдвое меньшей длиной.

Заметим попутно, что если на такую плёнку падает монохроматический свет с длиной волны близкой к λ_0, то плёнка будет казаться тёмной – минимум отражения.

В связи с этим обсудим ещё один характерный пример.

Пример 4.2. "*Цвета тонких плёнок*"

Плёнка из предыдущего примера при её освещении белым светом будет казаться фиолетовой, если её толщину увеличить примерно в 1,5 раза. Ведь в этом случае в отражённом свете будет наблюдаться максимум для длин волн фиолетовой части спектра видимого диапазона. При толщине 0,2 мкм плёнка будет выглядеть зелёной (для λ_0 = 500 нм теперь уже реализуются условия максимума).

Если же толщина плёнки меняется, яркая окраска разных цветов обнаруживается в геометрических местах точек на поверхности плёнки, которые соответствуют определённой её толщине (о частных случаях «полос равной толщины» мы ещё поговорим подробнее ниже) – там, где наблюдается интерференционное усиление отражённых волн. Этим объясняются и радужная красота мыльных пузырей, богатство и разнообразие цветных переливов крыльев бабочек. Но также и радужные разводы масляной или бензиновой плёнки на лужах ☹ (☺).

• 4.1.2. "*Другие соотношения*" n_3 ? n_2 ? n_1

Какие ещё варианты соотношений показателей преломления нам следует рассмотреть, и что нового мы обнаружим? Вот такие:

$n_1 < n_2$ **и** $n_2 > n_3$ – это случай «свободной плёнки», например, пластинка стекла или плёнка в воздухе;

А ещё: $n_1 > n_2$ **и** $n_2 < n_3$ – например, в случае воздушного зазора между стеклянными пластинками.

На этот раз, оказывается, что при расчёте оптической разности хода необходимо учесть ещё один фактор (приводим его без доказательства):

♣ ***При отражении от оптически более плотной среды фаза волны меняется на противоположную (на π)***

Это эквивалентно тому, что оптический путь волны изменяется на $\lambda_0/2$ (не имеет значения в большую или меньшую сторону – добавлять или вычитать $\lambda_0/2$). Соответственно в указанных случаях меняется на $\lambda_0/2$ оптическая разность хода, а условия максимумов и минимумов меняются местами.

4.2. Полосы равной толщины

По сути, мы уже обсуждали выше полосы равной толщины при наблюдении цветов тонких плёнок. Здесь же мы просто акцентируем внимание на некоторых частных, но практически важных случаях

их наблюдения – когда толщина «плёнки» h меняется по некоторому определённому закону в зависимости от пространственных координат – x или r.

• **4.2.1. Клиновидная пластинка:** $h(x) = kx$

Пусть монохроматический свет падает по нормали на плоскую грань клиновидной пластинки с малым углом θ при вершине клина. Проследим на рис. 4.2 ход лучей, вдоль которых распространяются волны интерферирующие (если они когерентны, конечно) в отражённом свете. Поскольку ситуация представляет частный случай формирования полос равной толщины, мы можем повторить запись условия наблюдения светлой интерференционной полосы (с учётом условия $n_1 < n_2$ и $n_2 > n_3$ **!**):

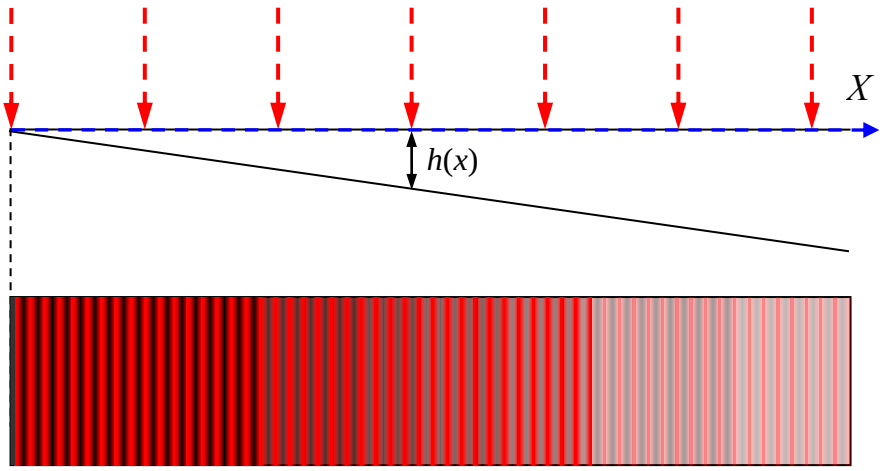


Рис. 4.2. Наблюдение полос равной толщины на клиновидной пластинке.

$$2h(x)\cdot n+\frac{\lambda_0}{2}=m\lambda_0 \text{ или } 2h(x)\cdot n=\left(m-\frac{1}{2}\right)\lambda_0. \quad (4.3)$$

Особенность состоит лишь в том, что толщина клина нарастает линейно $h(x)=kx$ по мере удаления от его вершины:

$$h(x)=tg\theta\cdot x \text{ или при } \theta<<1 \quad h(x)=\theta\cdot x. \quad (4.4)$$

Тогда:

$$2x_m\cdot\theta\cdot n+\frac{\lambda_0}{2}=m\lambda_0, \quad (4.5)$$

где $m = 1, 2, 3, \ldots$ Отсюда легко получить расстояния от вершины клина до точек на поверхности его верхней грани, где будут располагаться середины максимумов:

$$x_m=\frac{\left(m-\frac{1}{2}\right)\lambda_0}{2n\theta}. \quad (4.6)$$

Максимумы являются геометрическим местом точек равноудалённых от вершины клина. Легко догадаться, что они имеют форму светлых полос параллельных ребру клина. Ширина полосы не зависит от её номера и равна при этом:

$$\Delta x=\frac{\lambda_0}{2n\theta}. \quad (4.7)$$

Конечно же, это следствие прямой пропорциональной зависимости толщины клина от координаты x. Обратим внимание, что у самой вершины клина, там,

где $h \approx 0$, наблюдается тёмная полоса – интерференционный минимум. Это следствие переворота фазы волны, отражённой от верхней грани клина.

• 4.2.2. Кольца Ньютона

Кольца Ньютона при наблюдении в классической схеме (см. рис. 4.3) представляют собой полосы равной толщины воздушного зазора между сферической поверхностью плосковыпуклой линзы с большим радиусом кривизны и плоской поверхностью плоскопараллельной прозрачной пластинки. Оптическая разность хода между интерферирующими волнами при наблюдении в отражённом свете равна $\Delta = 2h + \lambda_0/2$, где h – толщина воздушного зазора, λ_0 – длина волны

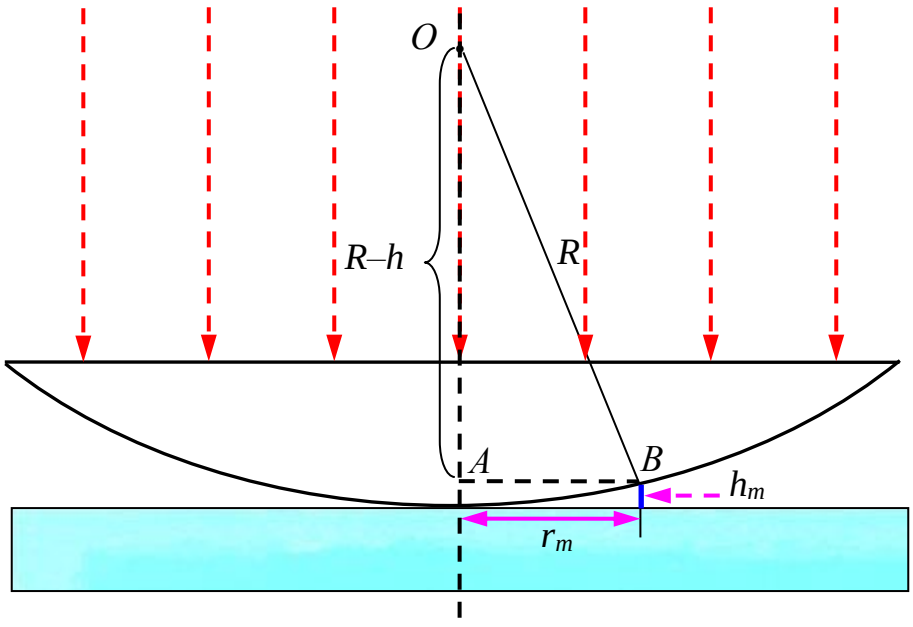


Рис. 4.3. Схема наблюдения колец Ньютона.

падающего света (или $\Delta = 2h{\cdot}n + \lambda_0/2$, если зазор заполнен средой с меньшим, чем у стекла, показателем преломления n). В силу осевой симметрии оптической системы интерференционные полосы получаются в виде колец.

Рассчитаем радиусы колец Ньютона. Если $h << r_m$, где r_m – радиус m-го кольца Ньютона, то, применяя теорему Пифагора (см. прямоугольный треугольник $ОАБ$ на рис. 4.3), легко получить: $h_m = r_m^2 / 2R$. Тогда условие образования светлого интерференционного кольца в отражённом свете $2h{\cdot}n + \lambda_0/2 = m\lambda$ можно записать так:

$$2\frac{r_m^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 . \qquad (4.8)$$

где m – номер кольца, равный 1, 2, 3, …. Отсюда получаем радиусы светлых колец Ньютона:

$$r_m = \sqrt{\left(2m - \frac{1}{2}\right)\lambda \cdot R} . \qquad (4.9)$$

4.3. Замечания к §4

1) В заключение обсуждения примеров наблюдения полос равной толщины, отметим, что достаточно контрастной интерференционная картина во всех подобных ситуациях будет лишь там, где мала величина h – толщина плёнки, клина (т.е. на небольшом расстоянии от его вершины) воздушного зазора при наблюдении колец Ньютона и т.п.. Мы уже

знаем причину этого – волны, отражённые от верхней и нижней границ раздела сред ***перестают быть когерентными, если оптическая разность хода превышает длину когерентности***. Конечно, существуют ограничения, связанные и с пространственной когерентностью, но мы их сейчас обсуждать не будем.

2) **«Полосы равного наклона»**

Если толщина плёнки h постоянна, а на плёнку лучи света падают под разными углами (меняющимися закономерно – например, конический пучок после собирающей линзы; или произвольно – на плёнку падает рассеянный свет) разность хода интерферирующих волн определяется углом падения α. В этом случае интерференционная картина представляет собой так называемые «***полосы равного наклона***». Наблюдение полос ведется, как правило, на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы. Они представляют собой геометрические места точек соответствующие одинаковым углам падения и представляют собой в этом случае также кольца.

Глава V. Дифракция света

§1. *Понятие о дифракции света*[*)]

1.1. “Огибание” препятствий

Фраза «дифракция – “огибание” светом препятствий» вполне подходит для начала разговора об этом явлении, но, конечно, требует некоторых уточнений и дополнений. Действительно, если на пути света встречается непрозрачная преграда, то свет, при определённых условиях, проникает и в область геометрической тени. При этом на экране за преградой вблизи границ проекции её краёв можно обнаружить характерное чередование максимумов и минимумов освещённости. И мы понимаем, что без интерференции здесь не обошлось – природа явлений дифракции и интерференции одна и та же. В частности, весьма существенно влияние дифракции, когда свет проходит через малые отверстия или встречает преграды также малых размеров (“соизмеримых с длиной световой волны”). Дифракция проявляет себя и в тех случаях, когда форма фронта волны нарушается прозрачными телами с оптическими характеристиками, отличными от остальной среды. Поэтому, в широком смысле

[*)] Первое научное описание этого явления, а также и само название «дифракция» принадлежит современнику И. Ньютона итальянскому учёному Ф. Гримальди (1665 г.), о котором мы уже упоминали в связи с интерференцией света.

(*Опр.*) ***Дифракцией называется любое отклонение распространения света от прямолинейного, не связанное с отражением или преломлением***[*)]

Можно отметить, что такие отклонения от законов геометрической оптики обычно наблюдаются при распространении света в среде с резкими оптическими неоднородностями[**)]

1.2. Постановка задачи. Принцип Гюйгенса-Френеля

Уточним, прежде всего, саму постановку задачи о дифракции света. Пусть на пути света встречается препятствие того или иного вида – отверстие в непрозрачной преграде любой формы, непрозрачное тело малых размеров. Или такое же, но с иным показателем преломления – резкая граница раздела двух сред с различными оптическими свойствами (край непрозрачной полуплоскости, например). Под задачей дифракции понимают, установление (расчёт) распределения интенсивности света в области за препятствием. Либо как функции координат точек пространства (обычно, при дифракции Френеля), либо как функции направления за этим препятствием (при дифракции Фраунгофера).

В основе анализа всех дифракционных задач лежит применение ***принципа Гюйгеса-Френеля***. В

[*)] Мы приводим определение предложенное Арнольдом Зоммерфельдом, одним из крупнейших физиков XX века (теория атома, теория относительности, дифракция радиоволн и др.). А. Зоммерфельд был также блестящим популяризатором науки.

[**)] Т.е., когда оптические свойства изменяются на масштабах, сравнимых с длиной световой волны λ.

законченной форме он был сформулирован в первой четверти XIX в. и состоит из двух положений:

1. *Каждый малый элемент волнового фронта не закрытый препятствием может рассматриваться как самостоятельный источник так называемых "**вторичных волн**", распространяющихся за преградой.*

2. *Интенсивность света в любой точке пространства за препятствием можно найти, **вычислив результат интерференции вторичных волн** в этой точке.*

Проиллюстрируем принцип Гюйгенса-Френеля таким примером. Пусть на некоторую преграду с отверстием падает монохроматический свет. Поверхность "Σ" – положение волнового фронта, часть которого оказалась

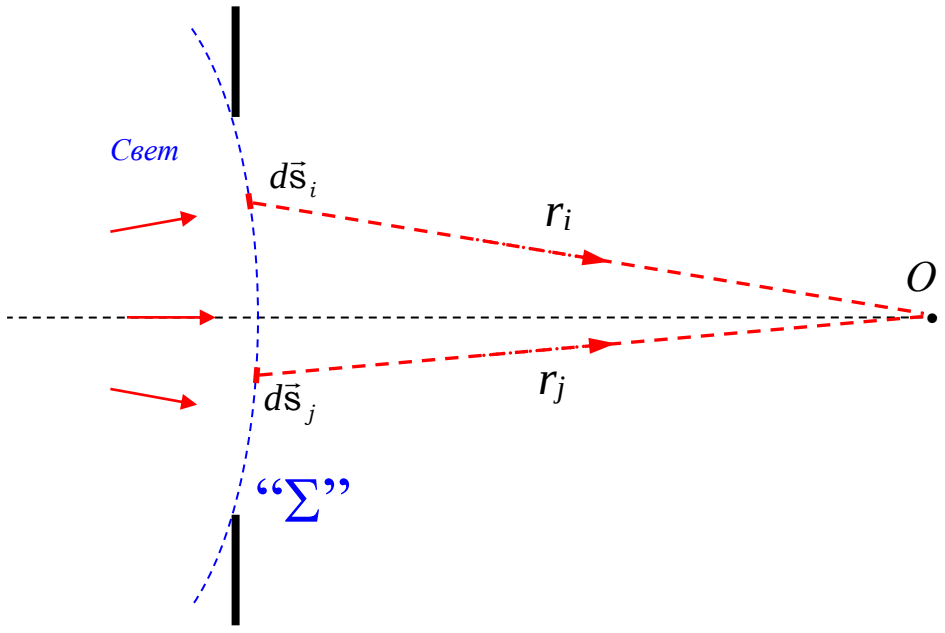


Рис. 1.1. Иллюстрация к применению принципа Гюйгенса-Френеля.

в пределах отверстия – см. рис. 1.1. Разобьём эту поверхность на малые элементы $d\vec{s}_i$, каждый из которых и будем считать “вторичным” источником. Для вычисления результирующего колебаний электрического поля световой волны, например, в точке O напротив центра отверстия за препятствием, необходимо ***сложить колебания***, возбуждённые волнами от всех вторичных источников $d\vec{s}_i$ внутри отверстия:

$$\mathbf{E}_p(t) = \sum_i \mathbf{E}_i(t) = \sum_i E_{0i} \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}_i),^{*)} \qquad (1.1)$$

Частоту ω и начальные фазы колебаний мы считаем здесь одинаковыми для всех вторичных источников, принадлежащих волновому фронту первичной монохроматической волны.

Такое суммирование колебаний может быть выполнено аналитически и ведёт к интегралам Френеля. Однако в ряде простейших, но практически весьма важных случаев, его можно заменить “геометрическим” сложением – мы применим уже хорошо знакомый нам метод векторных диаграмм.

Начнём, вслед за Френелем, с реализации такого подхода для анализа дифракции света на преградах простой формы – круглых отверстиях и дисках.

---

*) Поскольку все r_i предполагаются много больше размеров отверстия, векторы напряжённости волн почти параллельны, и мы складываем со-направленые колебания $\mathbf{E}_i(t)$! Договоримся именно так обозначать в дальнейшем “вектора-колебания”.

§2. *Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске*

2.1. Спираль Френеля

Пусть на преграду с круглым отверстием падает по нормали ***плоская монохроматическая волна***. Это соответствует, например, случаю, когда точечный источник находится очень далеко от преграды. На экране за препятствием мы обнаружим дифракционную картину с чередованием концентрических светлых и тёмных колец – максимумов и минимумов интенсивности света. Далее мы покажем, что в центре может оказаться как светлое, так и тёмное пятно (см. рис. 2.1 *а* и *б*). Как мы знаем, перераспределение световой энергии – результат интерференции вторичных волн. Сначала определим интенсивность света в самом центре этой дифракционной картины – в точке O напротив отверстия.

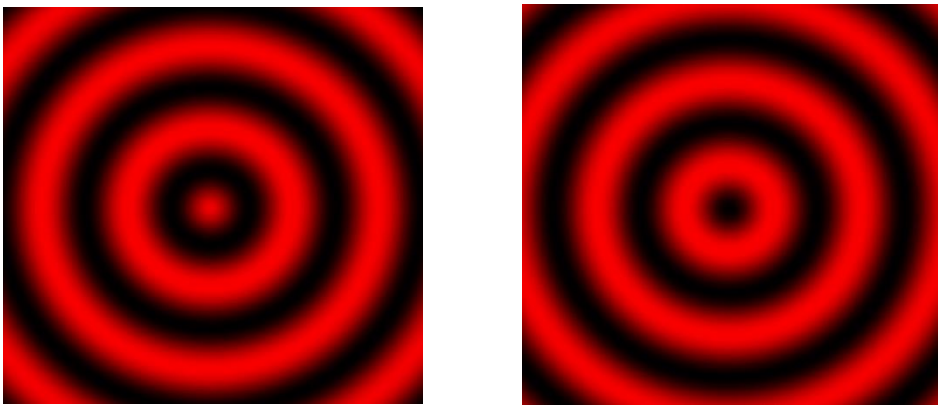


Рис. 2.1. Дифракционные картины Френеля на круглом отверстии

«Геометрия» препятствия диктует способ разбиения части волнового фронта в пределах отверстия на вторичные источники малых размеров – это узкие кольца (номера колец $i = 1, \ldots, n$). Их ширина должна быть столь мала, чтобы волны, приходящие в точку O от разных точек одного и того же кольцевого участка, имели одинаковую фазу. Первый источник ($i = 1$) – круглое малое “пятнышко” в центре отверстия. Волна от него

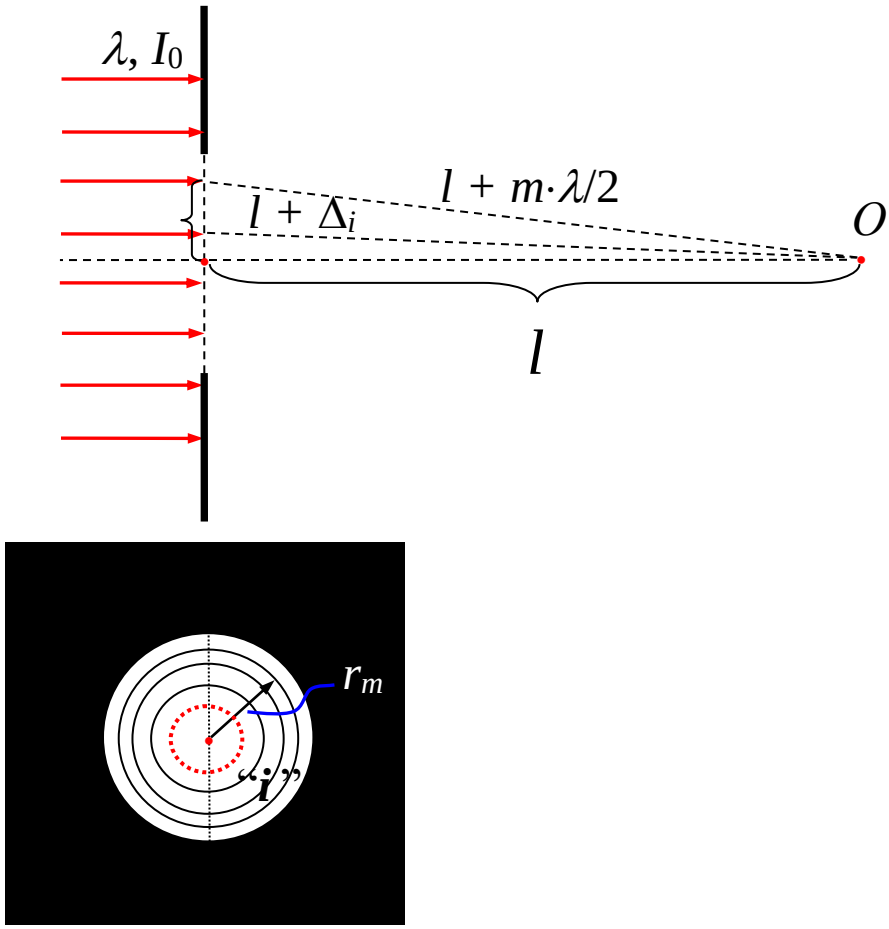


Рис. 2.2. “i ”– й источник и несколько первых зон Френеля внутри отверстия.

возбуждает в точке O колебание, которое мы представим вектором $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{I})*)}$, от второго участка (кольцевого) – $\mathbf{E}_2^{(\mathrm{I})}$ и т.д. (см. рис. 2.2). Учтём, что колебания от каждого следующего участка приходят в точку O с некоторым запаздыванием по фазе δ_i, т.к. соответствующие волны проходят больший путь. Запаздыванию по фазе соответствует поворот вектора-колебания **по часовой** стрелке на угол δ_i. Длины векторов $\mathbf{E}_i^{(\mathrm{I})}$ почти одинаковы (но не совсем! – см. ниже). Вектор $\mathbf{E}_n^{(\mathrm{I})}$ на диаграмме повернут на угол $\delta_n = \pi$ и соответствует колебанию, которое противоположно по фазе колебанию $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{I})}$. Все вторичные источники, «присылающие» колебания $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{I})}-\mathbf{E}_n^{(\mathrm{I})}$ объединяют в 1-ю зону Френеля, отсюда и верхний индекс в обозначениях. 2-й зоне принадлежат все кольцевые вторичные источники, для которых фазовое запаздывание колебаний $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{II})}-\mathbf{E}_n^{(\mathrm{II})}$ нарастает от π до 2π. И так далее – см. рис. 2.3. Нетрудно догадаться, что требуемое фазовое соотношение обеспечено соответствующей разностью хода волн. Таким образом,

(*Опр.*) ***Зонами Френеля называются такие части волнового фронта, для которых***

*) $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{I})}$ – содержание и смысл верхнего индекса будет прояснены позже.

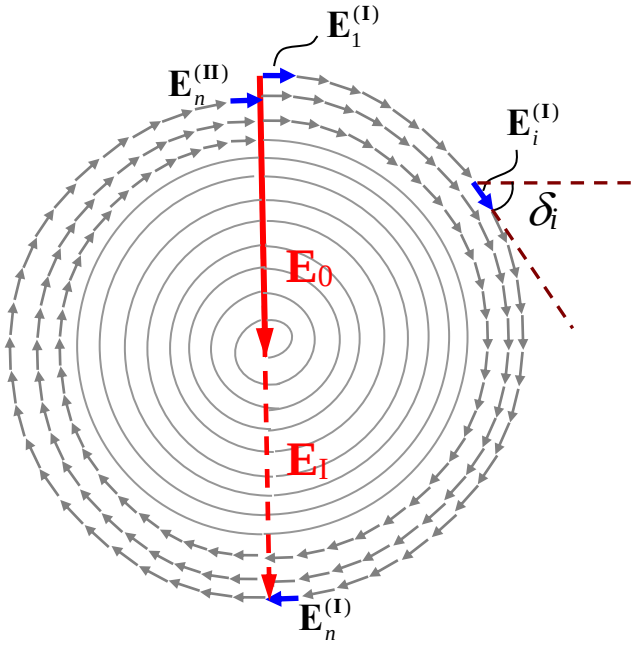


Рис. 2.3. Векторная диаграмма для открытого волнового фронта – «Спираль Френеля».

расстояния от границ соседних зон до точки наблюдения отличаются на $\lambda/2$

Почему вектор $\mathbf{E}_n^{(\mathrm{II})}$ оказался на нашей диаграмме немного ниже вектора $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{I})}$? Здесь мы учли, что с увеличением радиуса вторичного источника длины векторов-колебаний $\mathbf{E}_i^{(\mathrm{k})}$ немного уменьшаются – уменьшается амплитуда волны, т.к. она пробегает чуть большее расстояние до точки O. Соответственно, уменьшается и “диаметр” каждого последующего витка спирали Френеля.

2.2. Основные результаты

Построенная векторная диаграмма – спираль Френеля – позволяет находить интенсивность в центре дифракционной картины на разных расстояниях за препятствием. Начнём с наиболее яркого (в прямом и переносном смысле! ☺) результата.

1) На некотором расстоянии l_{I} в центре дифракционной картины наблюдается максимум, интенсивность которого I_p примерно в 4 раза больше, чем в отсутствие препятствия! То есть отверстие создаёт фокусирующий эффект. На таком расстоянии открыта только одна первая зона Френеля, результирующий вектор $\mathbf{E}_p^{(\text{I})}$ на векторной диаграмме примерно вдвое длиннее вектора $\mathbf{E}_0$ – см. рис. 2.4,*а*. От вторичных источников на краю отверстия волна запаздывает по фазе на π, пробегая расстояние на пол длины волны ($\lambda/2$) большее, чем от источников в центре отверстия. Теорема Пифагора позволяет определить соответствующее расстояние $l_{\text{I}} = \dfrac{r^2}{\lambda}$.

2) Если сместиться вдвое ближе к препятствию до расстояния $l_{\text{II}} = \dfrac{r^2}{2\lambda}$, то открытыми окажутся также и все вторичные источники второй зоны Френеля.

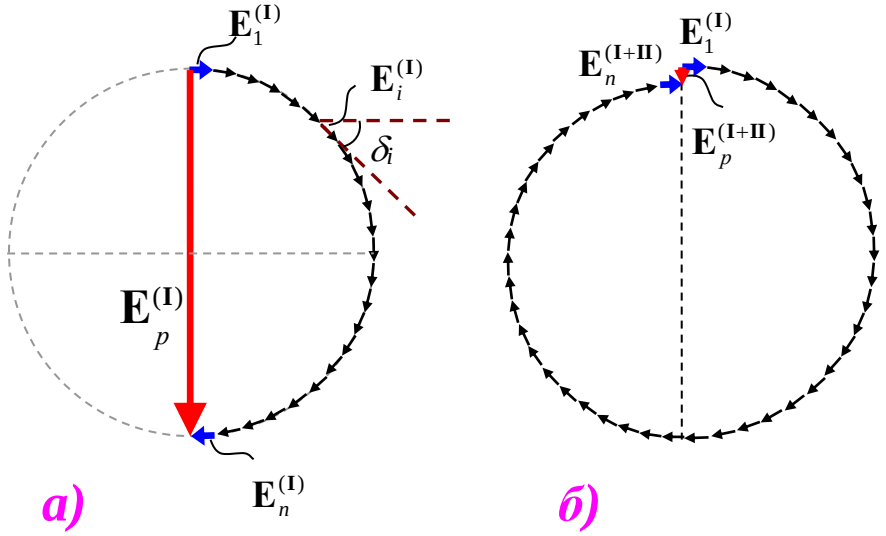


Рис. 2.4. Векторные диаграммы – открыта одна (*а*) и две (*б*) зоны Френеля.

При этом результирующий вектор $\mathbf{E}_p^{(\mathrm{I+II})}$ на векторной диаграмме окажется совсем коротким – см. рис. 2.4,*б* – а соответствующая интенсивность $I_p = I^{(\mathrm{I+II})}$ практически равной нулю. На таком расстоянии за препятствием в центре дифракционной картины наблюдается минимум, тёмное пятнышко (рис. 2.1, справа).

3) Дальнейшее приближение экрана к препятствию будет сопровождаться чередованием светлых и тёмных пятен в центре дифракционной картины. Светлых – когда открыто нечётное, и тёмных – чётное число полных зон Френеля. Этому соответствуют расстояния $l_m = \dfrac{r^2}{m\lambda}$ с нечётными и чётными значениями m.

По мере приближения и увеличения числа открытых зон размах перепадов интенсивности заметно уменьшается, а расстояния Δl между соседними точками максимумов и минимумов сокращается. Вблизи отверстия за препятствием, когда открытыми оказывается очень большое число зон Френеля, наблюдаются лишь небольшие пульсациями интенсивности света $I_p = I^{(\infty)}$, она мало отличается от интенсивности падающего света I_0.

4) А как обстоит дело в достаточно удалённой области за препятствием, на расстоянии, большем $l_{\text{I}} = \dfrac{r^2}{\lambda}$? Из центра открывается менее одной (первой) зоны Френеля, и из векторной диаграммы на рис. 2.4 можно сделать вывод, что в этом случае в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно (максимум). Например, на вдвое большем расстоянии $l_{\text{I/2}} = 2 \cdot \dfrac{r^2}{\lambda}$ интенсивность всё ещё значительно больше (примерно в 2 раза!), чем интенсивность падающего на препятствие света I_0. По мере удаления за препятствие на всё большие расстояния l она уменьшается монотонно. Чередований максимумов и минимумов больше не происходит – в центре дифракционной картины только максимум (но всё менее яркий!

5) Для любого произвольного расстояния интенсивность в центре дифракционной картины можно найти по следующему алгоритму. Зная радиус отверстия r и расстояние l, рассчитываем, используя теорему Пифагора, оптическую разность хода Δ для вторичных источников, располагающихся у края отверстия и в центре:

$$(l+\Delta)^2 = l^2 + r^2 \qquad \Rightarrow \quad \Delta = \frac{r^2}{2l}. \tag{2.1}$$

Она определяет фазовое запаздывание колебаний, возбуждённых волнами от этих источников в точке наблюдения:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta = \frac{r^2}{l\lambda}\cdot\pi\,. \tag{2.2}$$

На векторной диаграмме – спирали Френеля – находим вектор $\mathbf{E}_i$, повёрнутый на угол δ относительно вектора $\mathbf{E}_1^{(\mathrm{I})}$. Соединяем начало первого с концом данного вектора и, используя теорему косинусов, находим длину этого результирующего вектора $\mathbf{E}_p$. А затем и соответствующую интенсивность I_p. Приведём пример.

Пример 2.1. Пусть на преграду с круглым отверстием радиуса $r = 1$ *мм* падает монохроматический свет с интенсивностью I_0 и длиной волны $\lambda = 670$ *нм* (*красный свет*). Необходимо рассчитать интенсивность в центре напротив отверстия на расстоянии 1 *м* за препятствием.

Рассчитаем разность хода $\Delta = \frac{r^2}{2l} = \frac{10^{-6}\ м^2}{2\ м} = 5{\cdot}10^{-7}\ м$ (3/4 λ), а затем и разность фаз $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{r^2}{2l} = \frac{r^2}{l\lambda}\cdot\pi \cong \frac{3}{2}\pi.$

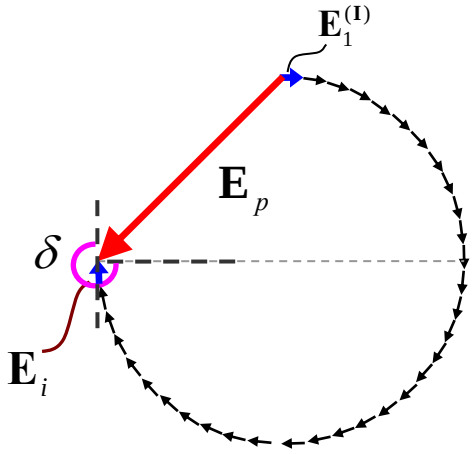


Рис. 2.5. Векторная диаграмма для точки на расстоянии l.

Соответствующий вектор $\mathbf{E}_i$ на диаграмме повёрнут по часовой стрелке на угол $\frac{3\pi}{2}$ относительно первого $\mathbf{E}_1^{(\mathbf{I})}$ и «смотрит» вертикально вверх (см. рис. 2.5.) Длина результи-рующего вектора $\sqrt{2}\cdot E_0^{(\mathbf{I})}$, а значит, интенсивность равна $2I_0$.

2.3. Размеры зон Френеля. Зонные пластинки

Вспомним ещё раз, каков принцип разбиения волнового фронта на зоны Френеля? Расстояния от границ соседних зон Френеля до точки наблюдения должны отличаться на $\lambda/2$. Тогда волны будут приходить туда в противофазе. Применив в очередной раз теорему Пифагора, получим:

$$(l + m\cdot\lambda/2)^2 = l^2 + r_m^2 \quad \Rightarrow \quad r_m = \sqrt{m\cdot l\lambda}\ .^{*)} \qquad (2.3)$$

*) Здесь мы пренебрегаем бесконечно малым слагаемым порядка λ^2.

Обратим внимание, что m в данном равенстве принимает лишь целочисленные значения 1, 2, 3, … Ведь в нашем анализе – это номер зоны Френеля !

Нетрудно показать (проделайте для тренировки это самостоятельно), что площади всех зон Френеля одинаковы и равны $\pi \cdot l \cdot \lambda$ (зоны Френеля равновелики).

Зная размеры зон Френеля, можно изготовить так называемую «зонную пластинку». На «***амплитудной зонной пластинке***» “затемнены” кольца, соответствующие зонам Френеля через одну (только чётные или нечётные). Конечно, такая пластинка будет годиться только для одного строго определённого расстояния $l = \frac{r_1^2}{\lambda}$ за ней – её «фокуса». Векторная диаграмма колебаний в точке O для такой пластинки представлена на рис. 2.6. Пластинка оставляет «работающими» лишь вторичные источники N нечётных зон, и в результате «чётные полуокруж-ности» исключаются из нашей векторной диаграммы – амплитуда колебаний в центре экрана возрастает приблизительно в $2N$ раз, а интенсивность – в $4N^2$ раз по сравнению с I_0.

Дополнительное увеличение амплитуды колебаний в точке O в два раза (а интенсивности – в четыре раза) можно получить, если чётные зоны Френеля не закрывать, а «организовать» на соответствующих местах пластинки дополнительную разность хода (обеспечить

сдвиг фаз на π)*). В этом случае излучение от чётных зон будет приходить в точку наблюдения в той же фазе, что и от нечётных. Такая пластинка называется «***фазовой зонной пластинкой***». Амплитудная или фазовая зонная пластинки имитируют действие собирающей линзы с «фокусным расстоянием», которое легко получить из соотношения (2.3):

$$F = \frac{r_1^2}{\lambda}, \qquad (2.4)$$

где r_1 – радиус первой зоны Френеля на пластинке для расстояния F. Положение фокуса существенно зависит от длины волны, что является серьезным недостатком зонной пластинки как оптического фокусирующего элемента. Отметим, однако, что устройства типа зонных пластинок с успехом используются для фокусирования или направленного излучения в радиолокации (фазированные антенны).

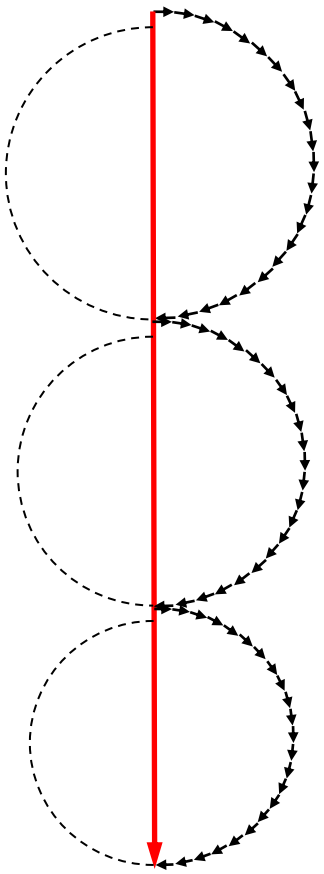


Рис. 2.6. Векторная диаграмма амплитудной зонной пластинки из трёх «колец».

*) Это достигается нанесением дополнительного покрытия на соответствующие части зонной пластинки.

2.4. Пятно Пуассона

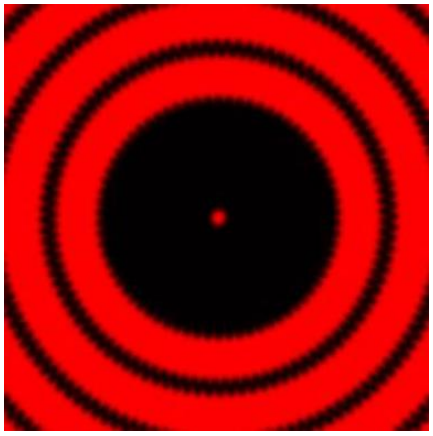


Рис. 2.7. “Пятно Пуассона”.

Если препятствие представляет собой непрозрачный диск малых размеров, то на экране за ним также формируется типичная дифракционная картина с осевой симметрией – чередование светлых и тёмных колец в результате интерференции вторичных волн. В центре такой картины всегда наблюдается максимум – светлое пятнышко (см. рис. 2.7), вошедшее в историю науки под названием «пятно Пуассона-Араго». Понять происхождение такого результата помогает всё та же спираль Френеля, у которой «работают» на этот раз все её части за исключением внешней «окантовки» – см. рис. 2.8. Ведь именно здесь располагаются

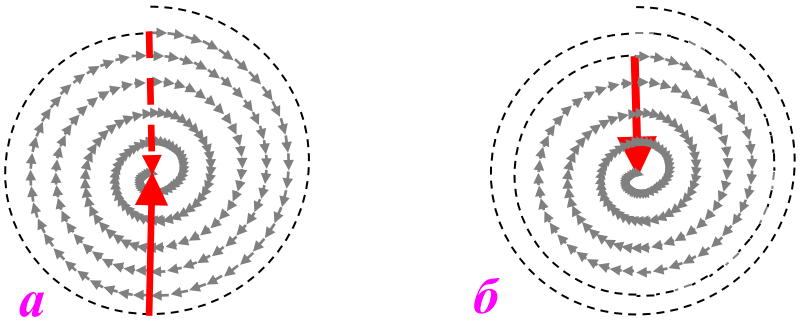


Рис. 2.8. Диск закрывает первую/ первую и вторую зоны Френеля (*а*); диск закрывает первые четыре зоны Френеля (*б*).

векторы, соответствующие колебаниям возбуждаемым волнами от вторичных источников в самом центре волнового фронта. Длина результирующего вектора оказывается при этом мало отличающейся от E_0, а интенсивность от I_0.

2.5. Заключительные замечания к §2

Поведенный в данном параграфе анализ относится к случаю так называемой «дифракции Френеля». Хотя выбрали мы для него круглые препятствия, тип дифракции не определяется их формой. Равно как он не определяется и формой волновой поверхности световой волны падающей на это препятствие (т.е. видом источника). Чем же тогда? Кое-что мы уже знаем по этому поводу – при дифракции Френеля в центре можно наблюдать как максимум, так и минимум на разных расстояниях за препятствием, которое открывает несколько зон Френеля. Говорят, что это «дифракция в ближней зоне». Дополнительные количественные критерии нам ещё предстоит уточнить.

Здесь же отметим, что анализ дифракции Френеля на полуплоскости или узкой щели можно провести, базируясь на всё тех же представлениях принципа Гюйгенса – Френеля и применяя всё тот же метод векторных диаграмм для определения результата интерференции вторичных волн. Вот только форма выбираемых вторичных источников теперь будет иная. Её диктует новая геометрия – теперь это будут тонкие нити, параллельные краю полуплоскости или

щели. Объединять вторичные источники в зоны также удобно, только теперь эти зоны будут соответствующими полосками, и называться зонами Шустера, а не Френеля (по фамилии немецкого учёного, их предложившего). Векторная диаграмма из спирали Френеля «превратится» в спираль Корн**ю**. Т.е. изменится «математика» описания явления. Все наши качественные выводы, однако, остаются в силе!

Также ничего принципиально нового не влечёт и замена плоской волны на сферическую или цилиндрическую, т.е. использование точечного или нитевидного источника света, располагающихся на небольшом расстоянии перед препятствием. Немного изменится опять-таки «математика» анализа. В конечном счете, оказывается достаточно всего лишь обозначение "l" заменить на "l^*" в наших расчётных формулах, используя так называемое приведённое расстояние, вместо обычного:

$$l^* = \frac{l \cdot L}{l + L}. \qquad (2.5)$$

Нетрудно догадаться (и легко проверить), что новый параметр дифракционной задачи стремится к прежнему значению (расстоянию от препятствия до экрана) при удалении точечного (или нитевидного) источника от преграды. И этот расчёт вы найдёте при необходимости в конце книги. А мы перейдём к обсуждению ещё одной дифракционной задачи – к дифракции Фраунгофера. Именно этот случай имеет особое практическое значение, поскольку используется в спектральных приборах!

§3. *Дифракция Фраунгофера на щели*

Качественное отличие дифракции Фраунгофера от дифракции Френеля состоит в том, что в центре всегда располагается максимум. Такое возможно лишь достаточно далеко за препятствием*) (на расстояниях больше $l_1 = \frac{r^2}{\lambda}$). Поэтому этот случай называют «дифракцией в дальней зоне». А ещё «дифракцией в параллельных лучах». Почему? При анализе предполагается, что в любую точку дифракционной картины волны от всех вторичных источников попадают вдоль параллельных направлений. Строго говоря, это возможно лишь, если дифракционная картина локализована на бесконечности.

На практике о дифракции Фраунгофера говорят в тех случаях, когда препятствие “открывает” для центра дифракционной картины существенно меньше одной зоны Френеля. Часто такую картину формируют в фокальной плоскости собирающей линзы, поставленной за препятствием. Для определённости будем обсуждать второй вариант. Заметим при этом, что использование линзы не является принципиально необходимой составляющей схемы наблюдения дифракции Фраунгофера. По сути, речь должна идти о

*) Нам предстоит ещё уточнить это понятие.

распределении интенсивности по направлениям. Т.е. о зависимости $I(\varphi)$, где φ – угол дифракции, отклонения от первоначального направления распространения света.

Количественный анализ явления проведём для случая нормального падения плоской монохроматической световой волны на длинную узкую щель ширины b – см. рис. 3.1.

Будем следовать принципу Гюйгенса-Френеля. Разобьём часть фронта волны между краями щели на очень узкие полоски – нити, параллельные краям щели. Пронумеруем их от 1 до n, начиная от нижнего края щели на нашем рисунке 3.2. Если свет когерентен в пределах отверстия, то такие вторичные источники синхронно испускают в область за препятствием цилиндрические волны, которые распространяются по всем направлениям. Линза «выбирает» лучи идущие по каждому данному

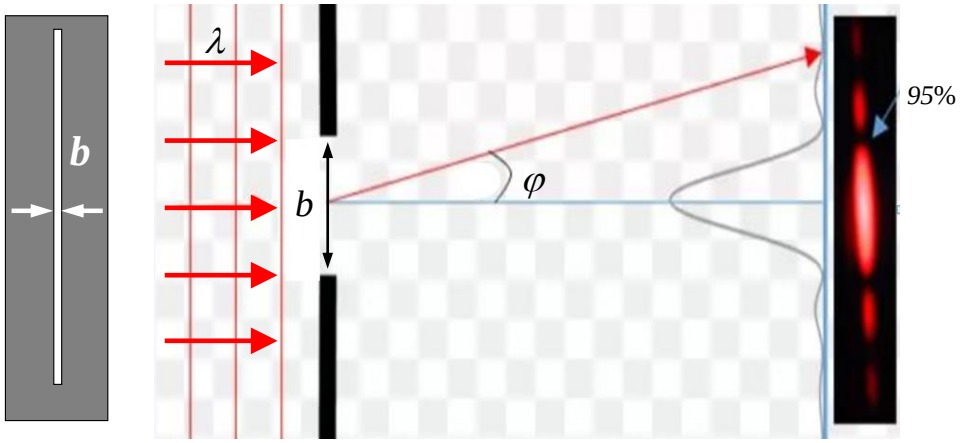


Рис. 3.1. Схема наблюдения дифракции Фраунгофера на щели.

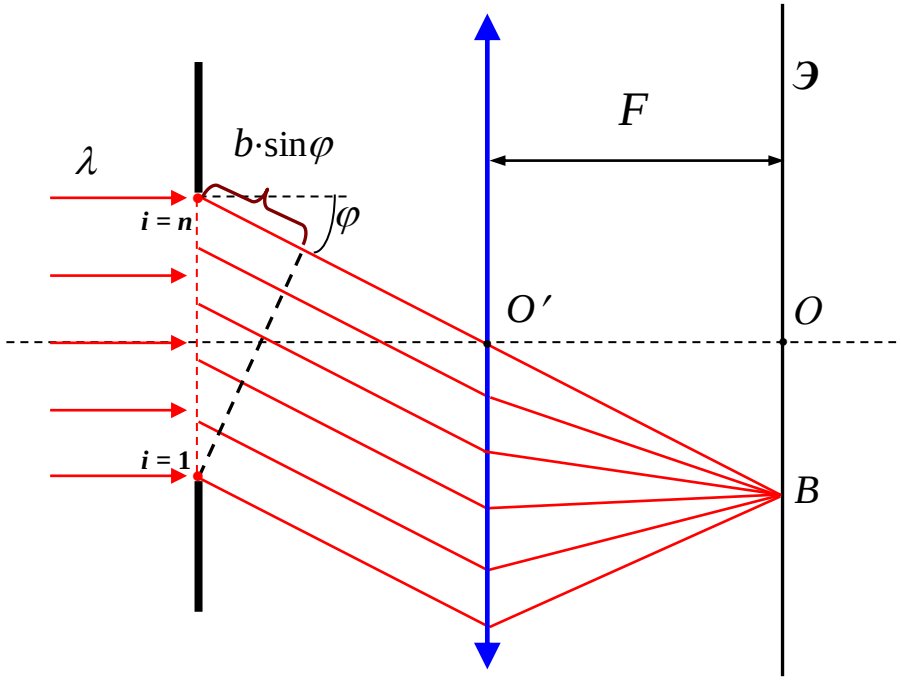


Рис. 3.2. Формирование дифракционной картины Фраунгофера на щели.

направлению и фокусирует их в одну точку на экране.

1) Начнём анализ с угла дифракции $\varphi = 0$. Все волны от вторичных источников, распространяющиеся в этом направлении (вдоль оптической оси линзы и всей системы) попадают в этом случае в центр экрана, в точку O. Чтобы сложить возбуждаемые этими волнами колебания, надо понять их фазовое соотношение. В этой точке все колебания происходят в одной фазе! Линза не вносит дополнительной разности хода для волн, падающих на неё вдоль параллельных лучей – в этом состоит свойство,

называемое *таутохронизмом* линзы. Качественно понять такое свойство линзы можно следующим образом: больший геометрический путь для волн, бегущих вдоль лучей расположенных дальше от оптической оси компенсируется большим оптическим путём для волн, распространяющихся с меньшей скоростью света внутри материала линзы ближе к оси. В результате оптические пути всех таких волн выравниваются. Составим теперь векторную диаграмму для точки O – она изображена на рис. 3.3. Отметим сразу, что для каждого угла дифракции и, соответственно, точки экрана будет своя векторная диаграмма! При анализе дифракции Френеля мы лишь выбирали ту или иную часть спирали Френеля для разных расстояний за препятствием. А искали мы при этом количественно интенсивность только в центре дифракционной картины.

Все векторы-колебания на рис. 3.3,a направлены одинаково и имеют одну длину, равную амплитуде соответствующего колебания $E_1 = E_2 = \ldots = E_i = \ldots = E_n$.

Амплитуда результирующего колебания в точке O равна длине вектора, соединяющего начало первого вектора $\mathbf{E}_1$ и конец последнего $\mathbf{E}_n$. Обозначим её E_0^*. Очевидно, она равна $E_1 + E_2 + \ldots + E_i + \ldots + E_n = n \cdot E_i$. Квадрату этой амплитуды (длины вектора) пропорциональна интенсивность света (яркость) в

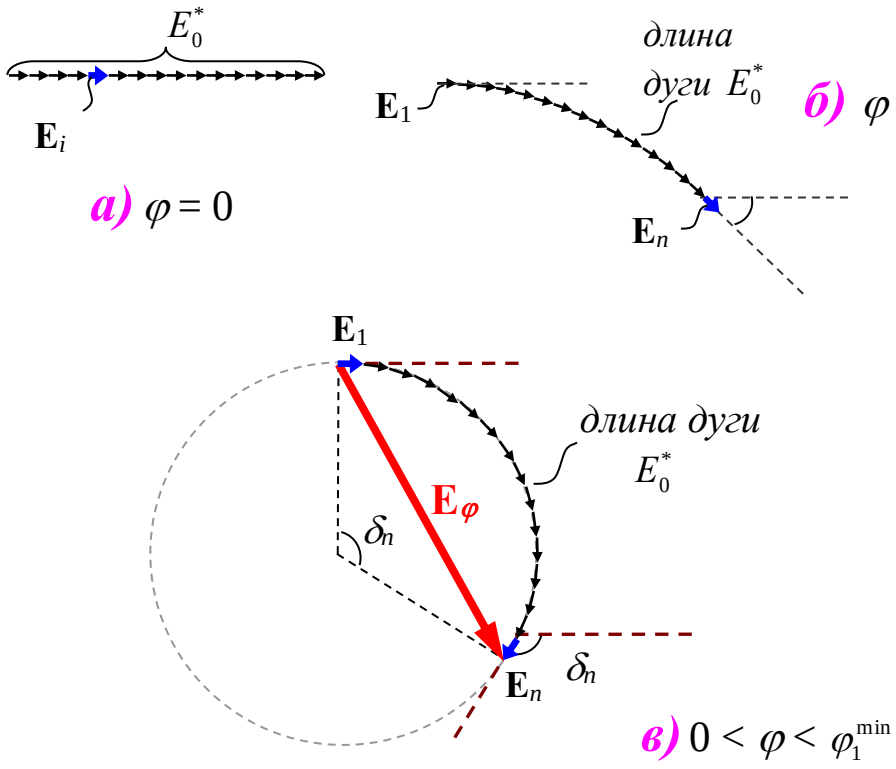


Рис. 3.3. Векторные диаграммы для разных точек дифракционной картины Фраунгофера: *а*) $\varphi = 0$; *б*) и *в*) для $0 < \varphi < \varphi_1^{\min}$.

точке O I_0^* – в самом центре дифракционной картины Фраунгофера. Дополнительный верхний индекс “*” нам понадобился, поскольку в отличие от случая дифракции Френеля эти амплитуда и интенсивность не равны соответствующим значениям в падающей световой волне. Связь с ними – предмет решения дополнительной задачи (Задача 10.2 нашего пособия для семинарских занятий).

2) Рассмотрим теперь судьбу волн бегущих от вторичных источников вдоль лучей под углом φ

отличным от нуля: $0 < \varphi < \varphi_1^{\min}$. Будем предполагать, тем не менее, что этот угол не очень велик, уточнив в дальнейшем, с чем его следует сравнивать. Линза соберёт такие лучи в точке B экрана (ниже точки O на нашем рисунке). Волна от каждого вторичного источника с большим номером i возбуждает, на этот раз, в точке экрана колебание с отставанием по фазе, поскольку проходит больший оптический путь. Векторная диаграмма для этого угла дифракции представлена на рис. 3.3,*в*. Каждый последующий вектор повёрнут на малый угол по отношению к предыдущему. А вот длина этих векторов не изменилась – относительная разница в расстоянии от источника до точки наблюдения пренебрежимо мала для того, чтобы сказаться на амплитуде цилиндрической волны.

Отставание по фазе формируется ещё на этапе распространения волн до линзы за счёт показанной на рис. 3.2 разности хода Δ. Максимальна она для источника с номером n. И равна $b \cdot \sin\varphi$. Расчёт фазового отставания теперь несложен – разность хода надо всего лишь умножить на волновое число $\frac{2\pi}{\lambda}$. Это и позволяет найти направление соответствующего вектора-колебания $\mathbf{E}_n$ (“последнего”)

на диаграмме – он повёрнут на угол $\delta_n = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin\varphi$ по часовой стрелке по отношению к вектору $\mathbf{E}_1$.

Общая длина получившейся дуги, что важно помнить для дальнейшего, по-прежнему, равна E_0^*. А интенсивность в точке экрана B можно найти как величину, пропорциональную квадрату длины результирующего вектора – E_φ на рис. 3.3,*в*.

3) При увеличении угла дифракции и, соответственно, смещения по экрану всё дальше от его центра мы можем продолжать строить векторные диаграммы со всё большим «загибом» дуги пока она не свернётся в окружность (почти). Это будет означать, что мы попали в точку первого дифракционного (интерференционного!) минимума. Скоро мы поймём, что знание его положения – это и есть самая значимая особенность дифракционной картины Фраунгофера для одной щели!

Как же определить соответствующий угол дифракции? Он характерен тем, что волна от последнего в щели вторичного источника возбуждает колебание, отстающее по фазе от первого на $\varphi_1^{\min} = 2\pi$, оптическая разность хода соответствующих волн равна, очевидно, $\Delta_1^{\min} = \lambda$. Отсюда легко получить условие наблюдения первого минимума:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\cdot b\sin\varphi = 2\pi \qquad \text{или} \qquad b\cdot\sin\varphi = \lambda. \qquad (3.1)$$

Прежде чем двинуться дальше заметим, что распределение интенсивности, очевидно, безразлично по отношению к знаку угла дифракции φ, а дифракционная картина симметрична.

4) *Условия минимумов*. Ясно также, что минимумы будут возникать при дальнейшем увеличении угла дифракции всякий раз, когда будет набегать дополнительно отставание по фазе на 2π или разность хода λ. Поэтому запишем основное условие дифракции Фраунгофера на щели, как это не странно – условие наблюдение минимумов:

$$b\cdot\sin\varphi = \pm m\cdot\lambda. \qquad (3.2)$$

Обратим внимание, что m принимает здесь значения 1, 2, 3, …, но не 0. Мы ведь знаем, что для нулевого угла дифракции наблюдается максимум – интенсивность в самом центре дифракционной картины I_0^*. Этот максимум называется «нулевым» или «центральным».

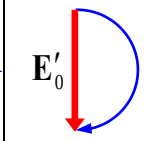
5) Условия максимумов. Все другие («боковые») максимумы существенно менее интересны на практике. Тем не менее, для порядка (☺) запишем и соответствующие им условия тоже:

$$b \cdot \sin\varphi = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda, \qquad (3.3)$$

где m принимает также значения 1, 2, 3, …, . Для этих углов дифракции фазовое отставание равно $\delta_i^{\max} = 3\pi$, 5π, 7π и т.д., а разность хода $\Delta_i^{\max} = \frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$, $\frac{7}{2}\lambda$, … .

Полученные результаты мы свели в таблицу – табл. 4.1. Под каждой векторной диаграммой приведена длина результирующего вектора и интенсивность света. Надо помнить, что ***неизменной остаётся полная длина спирали*** – E_0^*, следовательно, постепенно уменьшается её “диаметр”.

Таблица 4.1. Распределение интенсивности при дифракции.

Положение, $\sin\varphi$	0	$\pm\lambda/2b$	$\pm\lambda/b$	$\pm 3\lambda/2b$	$\pm 2\lambda/b$
название	нулевой максимум	плечо нул. максимума	первый минимум	первый максимум	второй минимум
векторные диаграммы					
Амплитуда	E_0^*	$E'_0 = \frac{2E_0}{\pi}$	0	$E'_0 = \frac{2E_0}{3\pi}$	0
Интенсивность	$I_0 \sim (E_0^*)^2$	$\approx 0{,}4\, I_0$	0	$0{,}045\, I_0$	0

В заключение этого пункта заметим, что отставание по фазе на π при разности хода $\lambda/2$ – это вовсе не какая-то характерная точка дифракционной картины, как это было в случае дифракции Френеля.

Соответствующая точка располагается на «крыле» центрального максимума. В качестве примера мы, конечно, можем рассчитать интенсивность и для этого направления. Векторная диаграмма приведена во втором столбце нашей таблицы. Поскольку длина дуги, по-прежнему, равна E_0^*, и представляет собой длину дуги полуокружности с диаметром равным длине результирующего вектора $\mathbf{E}_p^{(\pi)}$, то длина последнего $\frac{2E_0^*}{\pi}$. Соответственно интенсивность равна $I_\pi = \frac{4I_0^*}{\pi^2}$, т.е. составляет примерно 40% от интенсивности в самом центре картины I_0^*.

Проведите процедуру расчёта интенсивности максимумов 1-го порядка самостоятельно – для контроля результат также представлен в таблице 4.1.

Интенсивность первого максимума получается равной $I_1 = \frac{4I_0^*}{9\pi^2} \approx 0{,}04 \cdot I_0^*$, то есть примерно 4% от I_0^*. Принимая во внимание, что максимумы 1-го порядка вдвое уже центрального (примерно), а все остальные существенно «ниже», можно сказать, что *более 95% всей энергии света проникшей за препятствие попадают в область центрального максимума*. Эта область, как мы уже знаем, ограничена угловыми размерами $\pm\frac{\lambda}{b}$.

Забегая вперёд, скажем, что именно здесь располагаются основные, «рабочие» максимумы для основного элемента спектральных приборов – дифракционной решётки. Вот почему мы и говорили о положении минимумов, ограничивающих центральный (нулевой) максимум, как о самой важной информации о дифракции Фраунгофера на щели.

6) Распределение интенсивности в пределах центрального максимума $I(\varphi)$ можно провести,

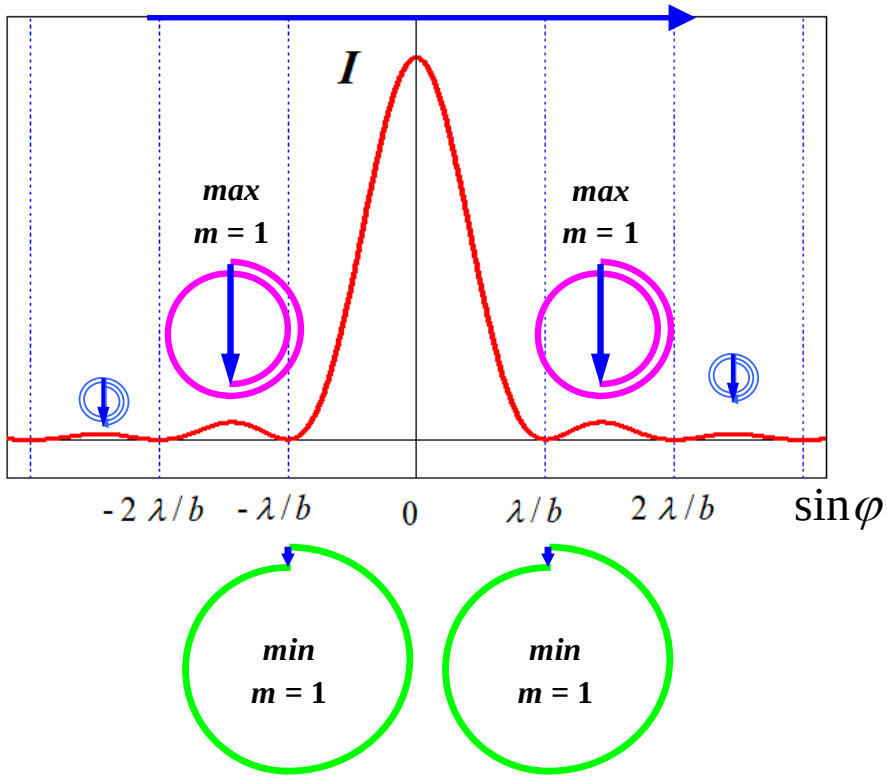


Рис. 3.4. Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели и векторные диаграммы для характерных точек картины.

используя всё тот же поход векторных диаграмм, вычисляя длину результирующего вектора. Вид этой зависимости представлен на рис. 3.4.

§4. *Роль дифракции в формировании оптических изображений*

4.1. Классификация дифракционных явлений («Разные случаи»)

Мы уже разделили качественно дифракции Френеля и Фраунгофера. Добавим к этому некоторые количественные, пусть и не очень строгие, критерии, позволяющие разделять эти случаи дифракционных явлений.

1) Давайте математически оформим утверждение – «дифракция Фраунгофера – это дифракция в параллельных лучах». Что скрывается за подобным утверждением? То, что каждая важная особенность дифракционной картины Фраунгофера есть результат сложения волн “прибежавших” в данную точку вдоль параллельных направлений от каждого из вторичных источников $i = 1, 2, \ldots, n$. На рисунке 4.1 такие направления для главной, как мы уже отмечали, дифракционной особенности картины – первого минимума заданы углами $\varphi_{1\min}^{(i=1)}$ и $\varphi_{1\min}^{(i=n)}$. Параллельность соответствующих лучей означает выполнение равенства:

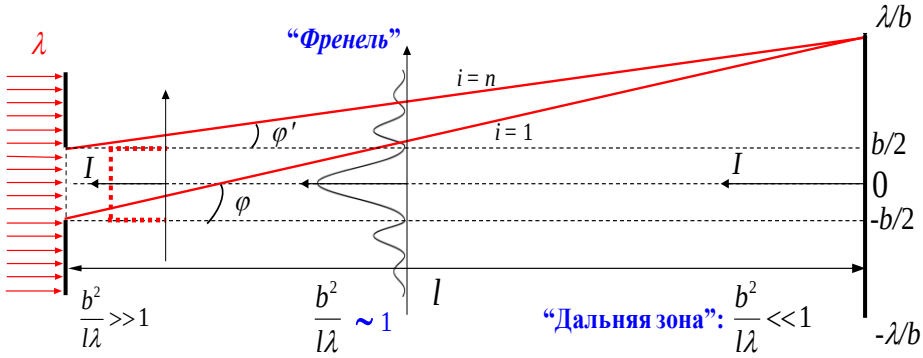


Рис. 4.1. Разные области дифракции света.

$$tg\varphi_{1\min}^{(i=1)} \approx tg\varphi_{1\min}^{(i=n)} \text{ или } \frac{x_{1\min}+b/2}{l} \approx \frac{x_{1\min}-b/2}{l}.$$

Последнее приближённое равенство влечёт за собой требование:

$$b << x_{1\min}.$$

Зная угловое положение первого минимума: $\sin\varphi_{1\min} = \lambda/b$ это условие можно переписать в виде:

$$b << l \times \frac{\lambda}{b} \text{ или } \frac{b^2}{l\lambda} << 1. \qquad (4.1)$$

Вот это последнее условие и будем считать «математическим оформлением» условия наблюдения дифракции Фраунгофера.

Несколько позже мы вернёмся к выяснению физического содержания “комбинации букв” в его левой части. А пока продолжим.

2) При дифракции Френеля волны от разных вторичных источников приходят в центр и в каждую точку

дифракционной картины по разным направлениям. Неравенство (4.1) следует заменить на другое:

$$\frac{b^2}{l\lambda} \geq 1. \qquad (4.2)$$

И здесь мы вернёмся к вопросу о физическом содержании “комбинации букв”. Ведь за размеры отверстия при анализе дифракции Френеля мы отвечает буква “r” – радиус отверстия. А значение $m = \left[\frac{r^2}{l\lambda}\right]$, а значит, и смысл $\left[\frac{b^2}{l\lambda}\right]$*) – есть число открытых целых зон Френеля для центра дифракционной картины на расстоянии за препятствием! Убедиться в этом легко, если вспомнить полученный нами ранее результат для радиусов зон Френеля: $r_m = \sqrt{ml\lambda}$.

Таким образом, *при дифракции Френеля из центра картины видны открытыми несколько (небольшое количество) зон Френеля* – одна, две, три, четыре, … При этом, как мы помним, качественное отличие от картины Фраунгофера состоит в том, что в центре может оказаться как светлое (максимум) так и тёмное пятнышко (минимум).

При дифракции Фраунгофера для центра картины открытой щелью оказывается только малая часть

*) Такие прямоугольные скобки используются в математике для обозначения целой части числа.

всех вторичных источников в пределах первой зоны Френеля (для самого центра края зоны Френеля формально оказываются вообще очень далеко за пределами краёв щели). Формальное условие – число открытых зон очень мало: $m << 1$. На практике качественно ситуация уже меняется при удалении за препятствием на расстояния больше r^2/λ. Ведь в центре теперь не будет чередования светлых и тёмных пятен, а будет наблюдаться постепенно расплывающийся центральный максимум, в который попадает примерно 95 процентов всей проникшей за препятствие световой энергии. Вот только для точности расчёта положений минимумов и максимумов картины (равно как и соотношений интенсивностей в ней) необходимо выполнение условия $\frac{b^2}{l\lambda} << 1$.

Наконец, скажем, что при выполнении альтернативного условия $\frac{b^2}{l\lambda} >> 1$ картина на экране за препятствием не сильно отличается от предписанной законами геометрической оптики – размеры светлого пятна практически равны размерам проекции отверстия на экран, а интенсивность – интенсивности света падающего на препятствие. Это справедливо для малых по сравнению с размерами отверстия

расстояний за препятствием, когда открыто очень много зон Френеля. Обычно говорят, что это область приближения геометрической оптики.

Несмотря на сказанное, как мы покажем в следующем пункте, вовсе пренебрегать влиянием дифракции не следует даже и в этом случае.

4.2. Роль дифракции в формировании изображения оптическими приборами

Различные оптические приборы (фото- видео-камеры, бинокли, телескопы, глаз, …) имеют ограничивающие световой поток «входные отверстия» (корпус объектива, диафрагма, зрачок, …). Размеры таких отверстий намного превышают длину световой волны и, казалось бы, не таят в себе никаких «опасностей», связанных с проявлениями волновой природы света, т.е. с дифракцией. И всё же они способны ограничить возможности наблюдать с помощью данного прибора раздельно достаточно удалённые объекты (для чего данные приборы часто как раз и предназначены!). Проблема может оказаться в том, что собирающая линза (или система линз) располагающаяся за отверстием формирует изображение удалённых точечных объектов не в виде точки в фокальной плоскости, как это положено по законам геометрической оптики, а в виде уширенного центрального максимума дифракционной картины

Фраунгофера. Такие максимумы для двух близко расположенных объектов могут «наезжать» друг на друга – изображения объектов сливаются. Количественный критерий возможности раздельного наблюдения называется критерием Рэлея. Он состоит в том, что провал» в интенсивности должен быть не менее 20% от интенсивности самих максимумов I_0^*. Это соответствует такому взаимному положению центральных максимумов, когда центр максимума в изображении одного объекта оказывается в том же месте, где формируется первый дифракционный минимум для второго. Если максимумы разнесены больше, конечно объекты будут вполне различимы.

Нам остаётся лишь оформить указанное требование критерия с учётом наших ранее приобретённых знаний. Объекты различимы, если их угловое положение по отношению к наблюдателю окажется больше угла, под которым наблюдается первый минимум дифракции Фраунгофера $\beta > \varphi_{1\min}$ – см. рис. 4.2. Это означает, что должно выполняться условие:

$$\frac{h^{\min}}{L} > \frac{\lambda}{b}\ ^{*)}, \text{ а значит и } \quad h^{\min} > \frac{L}{b}\lambda\,. \qquad (4.3)$$

---

* Мы оставляем пока конкретизацию обозначения “*b*”, считая его приближённой характеристикой размеров входного отверстия. Чуть ниже мы уточним это обстоятельство.

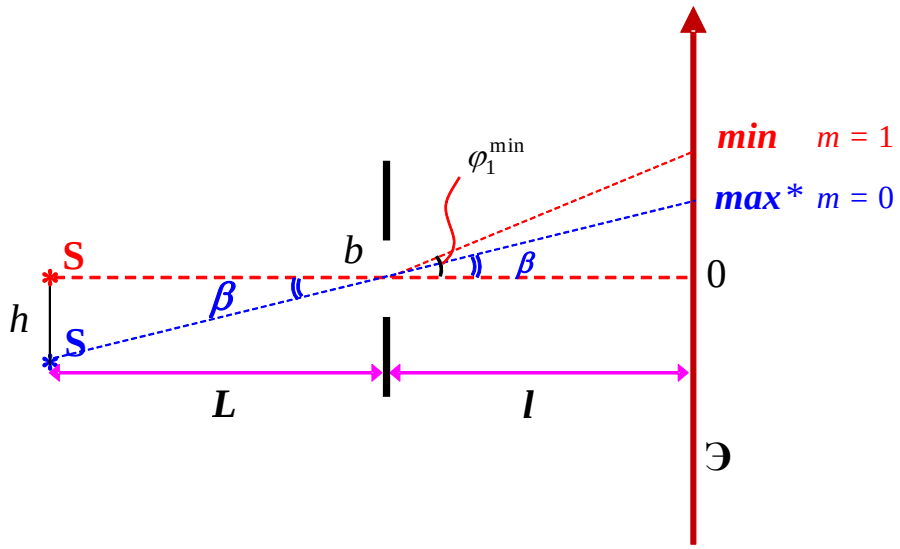


Рис. 4.2. Разрешение оптическими приборами удалённых объектов.

Объекты, находящиеся друг от друга на меньшем расстоянии будут сливаться в восприятии наблюдателя в результате дифракционного размытия изображений.

Наша оценка получена с использованием результата расчёта дифракционной картины Фраунгофера на щели. Можно показать, что если отверстие имеет круглую форму (роль b играет его диаметр), угловому положению 1-го минимума будет соответствовать немного скорректированное условие:

$$d \cdot \sin\varphi = \pm 1{,}22\lambda, \qquad (4.4)$$

где d – диаметр отверстия. Как видим поправка весьма незначительная – всего 22%. Для оценок с использованием неравенства (4.3) она малосущественна.

Пример 4.1. **Объекты на Луне**.

Невооружённым глазом человек может различить два объекта на поверхности Луны (наблюдая её ночью в ясную погоду), находящиеся на расстоянии не менее 50 *км* друг от друга. Телескоп с диаметром входного отверстия 1 *м* – 250 *м*, а телескоп Хаббл (диаметр 2,5 *м*) – уже всего 100 *м*.

§5. *Дифракционная решётка*

5.1. Главные максимумы и главные минимумы дифракционной картины

Дифракционная решётка – спектральный аппарат! (см. рис. 5.1, 5.2) Разобраться в особенностях дифракционной картины Фраунгофера от решётки важно для её практического применения.

Дифракционная решётка – система периодически расположенных в одной плоскости параллельных щелей.

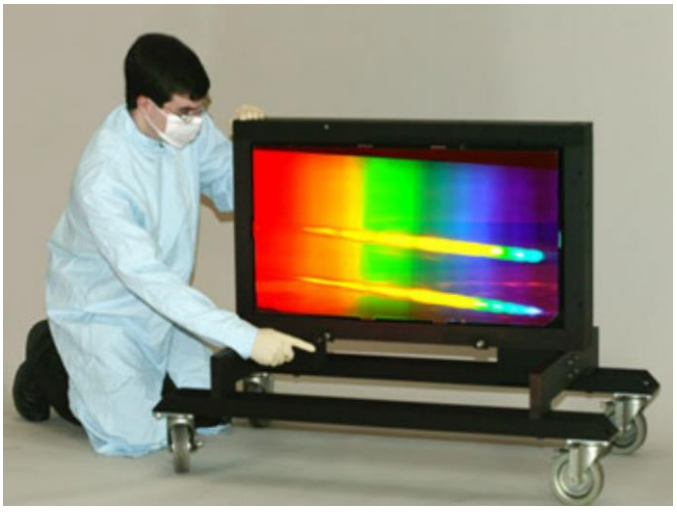


Рис. 5.1. Большая «отражательная» дифракционная решётка.

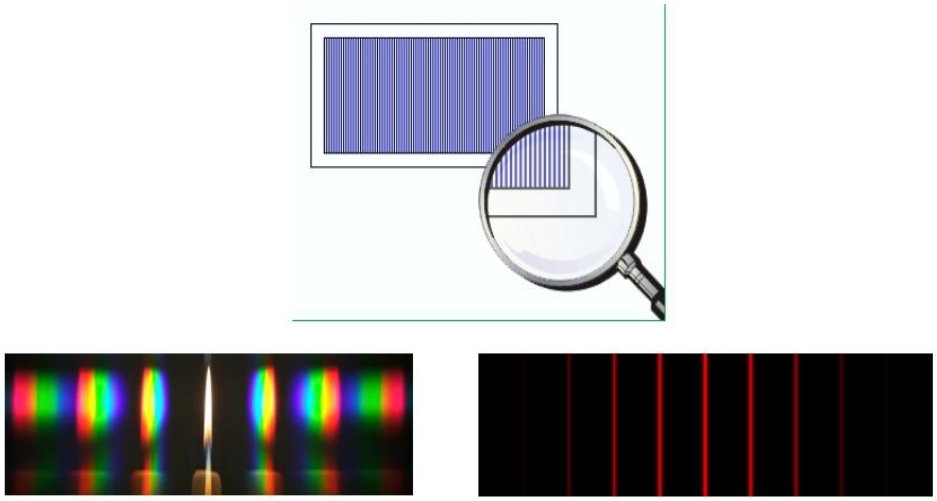


Рис. 5.2. Дифракционная решётка и разложение в спектр.

Ширину одной щели будем, как и прежде, обозначать b, а расстояние между соседними – d. Это – период решётки. Пусть решётка содержит N щелей. Обычно это число очень велико (десятки тысяч и более), но мы приведём пример построения «эскиза» дифракционной картины для случая, когда щелей всего лишь 5. Иначе её мелкие детали будет трудно «проследить».

«Структура» такой картины при детальном анализе существенно более сложная, чем в случае дифракции на одном отверстии. В ней помимо так называемых главных максимумов, различают ещё «главные минимумы», а также «дополнительные» (или побочные) максимумы и минимумы – см. рис. 5.3.

1) Запишем, прежде всего, условие для *главных минимумов*, поскольку сделать это проще всего. Мы

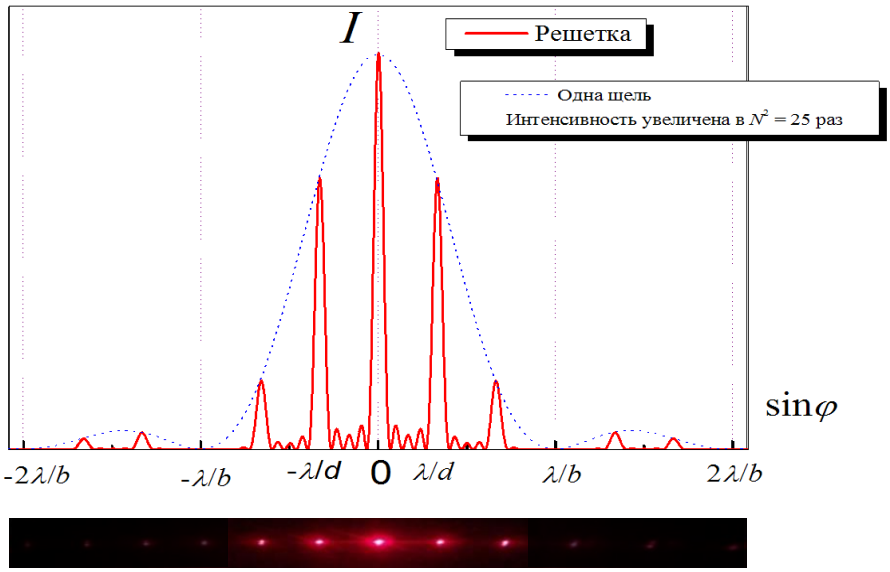


Рис. 5.3. Распределение интенсивности при дифракции на решётке из 5 щелей.

знаем, что при дифракции Фраунгофера на щели вдали за препятствием есть некоторые направления, по которым свет не распространяется вообще! Конечно же, речь о направлениях, по которым наблюдаются минимумы, характеризуемые нулевой интенсивностью светового потока. Для щели шириной b эти направления описываются условием:

$$b \cdot \sin\varphi = \pm m' \cdot \lambda ,^{*)} \quad \text{где} \quad m' = 1, 2, 3, \ldots \qquad (5.1)$$

2) Теперь поищем условие для угловых положений главных максимумов. В случае решётки – именно это условие самое важное! Выделим в пределах каждой щели вторичные источники – тонкие нити,

*) здесь использовано обозначение m', т.к. обозначение "m" мы будем использовать для главных максимумов.

параллельные их краям. Пронумеруем индексом i от 1 до n (n – произвольное большое число). Как и в случае одной щели все эти источники в первоначальном направлении распространения света «присылают» в точку экрана в самом центре дифракционной картины (в фокусе собирающей линзы) колебания, происходящие в одной фазе. Составим векторную диаграмму для этой точки уже не из векторов, соответствующих каждому вторичному источнику $\mathbf{E}_i$, а из *результирующих* векторов- колебаний от всех источников из каждой щели $\mathbf{E}_k$ (индекс k от 1 до N). Все они направлены в одну сторону, имеют длину E_0^* **) и их количество равно числу щелей в решётке N. Результирующее колебание имеет, очевидно, амплитуду равную $N \cdot E_0^*$ – длине результирующего вектора $\mathbf{E}_0$. Тогда интенсивность оказывается уже $N^2 \cdot I_0^*$. Это максимум нулевого порядка, располагающийся в самом центре, при $\varphi = 0$.

Максимумы 1-го и последующих порядков формируются для таких направлений, для которых все пары соответствующих вторичных источников i и i' в соседних щелях решётки (например, 1 и $1'$ или 10 и $10'$ и т.д.) присылают колебания в точку наблюдения в

**) Напомним, что так мы обозначили амплитуду результирующего колебания в самом центре дифракционной картины Фраунгофера для случая одной щели.

фокальной плоскости линзы в одной фазе. Глядя на рис. 5.4, нетрудно сообразить, что это будут за направления – они определяются условием:

$$d \cdot \sin\varphi = \pm m \cdot \lambda, \quad \text{где} \quad m = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (5.2)$$

Оптическая разность хода между соответствующими волнами кратна длине волны, что и обеспечивает нужное фазовое соотношение – $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$.

Зададимся на этот раз вопросом, чем ограничены значения порядка дифракционного максимума (да и с минимумами, конечно, аналогичная ситуация)? В случае решётки с ростом порядка m угол дифракции

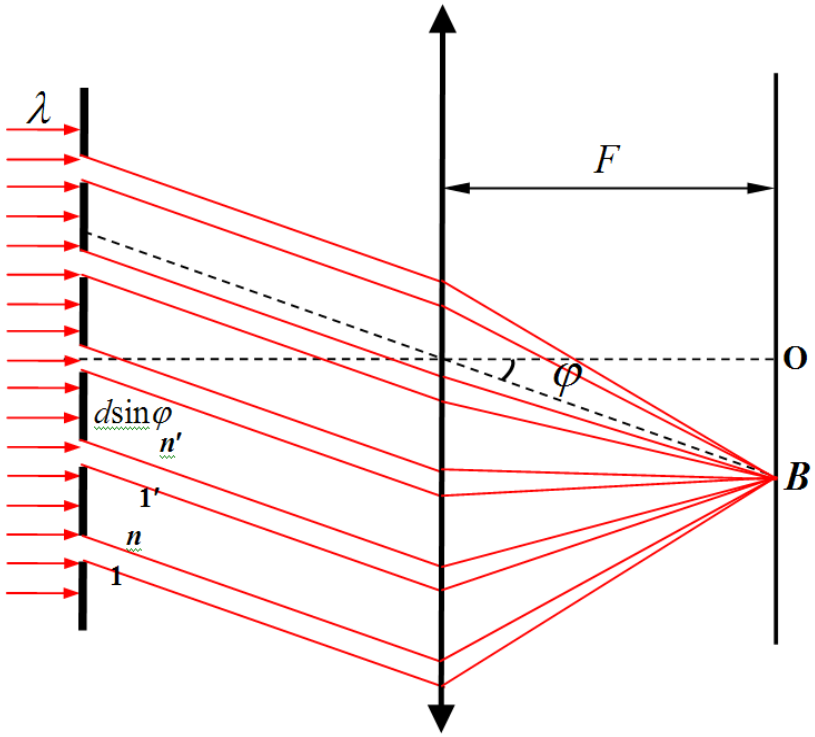


Рис. 5.4. Ход лучей от вторичных источников при дифракции на системе щелей.

увеличивается очень быстро, и этот вопрос становится актуальным. Ясно, что он не может превысить значение 90°, а синус значения единицы. Поэтому максимальный порядок дифракции:

$$m_{\max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right], \qquad (5.3)$$

где квадратные скобки означают целую часть числа. Например, для решётки с периодом $d = 1$ *мкм* мы сможем увидеть всего лишь не более двух главных максимумов с каждой стороны от центрального.

Поскольку на векторной диаграмме для точек главных максимумов результирующие векторы от каждой щели, выстроившиеся в одном направлении, имеют длину $E_{(\varphi)}$, то амплитуда колебаний в точках главных максимумов равна $N \cdot E_{(\varphi)}$ – длине результирующего вектора $\mathbf{E}_{(\varphi)}$, интенсивность оказывается уже $N^2 \cdot I(\varphi)$. Напомним, здесь $I(\varphi)$ означает интенсивность света в направлении φ за препятствием при дифракции Фраунгофера на одной щели. Таким образом, для случая всего лишь 5-ти щелей высота каждого главного максимума увеличивается в 25 раз в сравнении с одной! Дифракционная картина от решётки как бы «промодулирована по амплитуде» функцией распределения интенсивности $I(\varphi)$. Однако эта «модулирующая кривая» (пунктир на рис. 5.3) –

умножена на N^2! Иначе даже в случае 5 щелей мы бы её в том же масштабе просто не увидели на рисунке.

5.2. Дополнительные минимумы и максимумы дифракционной картины

Обсудим теперь мелкие детали дифракционной картины от решётки. Отметим, прежде всего, что и положение и высота так называемых дополнительных максимумов, которых очень много, очень мало (☺) интересны – их интенсивности слишком мала даже для решётки из 5-ти щелей (см. рис. 5.3) и стремится к нулю при увеличении их количества. А вот положения *дополнительных минимумов* заслуживают внимания – ближайшие к главным максимумам определяют *ширину* последних. Скоро мы поймём, что это очень важное качество при практическом использовании решётки как спектрального аппарата.

Откуда берутся эти «дополнительные» минимумы? Мы сказали, что если при переходе от одной щели к соседней разность хода волн от соответствующих (отстоящих друг от друга на период решётки) вторичных источников кратна длине волны, то на векторной диаграмме для данного направления результирующие векторы от щелей выстраиваются в одном направлении. В противном случае они окажутся повёрнуты друг относительно друга. Однако разница в целое число длин волн при увеличении

угла очень быстро накапливается на всей решётке, т.е. при переходе от первой щели к последней, находящейся от неё на большом расстоянии Nd.

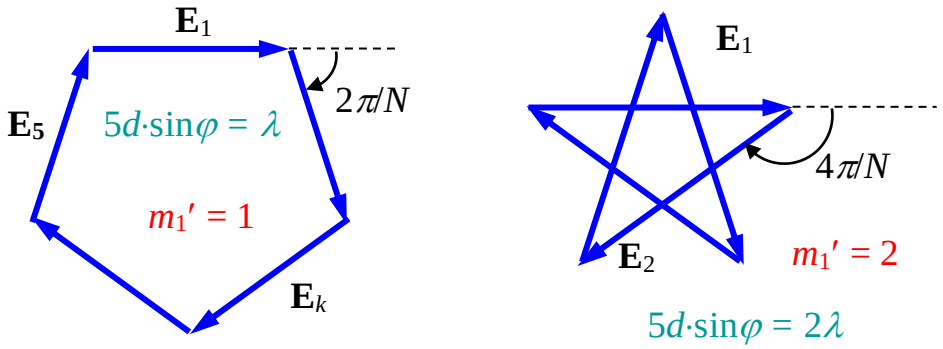


Рис. 5.5. К объяснению формирования дополнительных минимумов.

Всякий раз в таком случае векторная диаграмма превращается в замкнутый многогранник (Рис. 5.5), а амплитуда результирующего колебания обращается в ноль. Это и даёт условия дополнительных минимумов:

$$Nd \cdot \sin\varphi = \pm m_1' \cdot \lambda\,, \qquad \text{где} \quad m_1' = 1, 2, \ldots \qquad (5.4)$$

Максимальное значение m_1' очень велико при большом числе щелей. Отметим при этом, что его значения кратные N выпадают из указанного ряда значений, так как при таких углах наблюдаются главные максимумы. Запишем «в явном виде», как выглядит этот ряд при малом числе щелей $N = 5$, которое мы избрали для нашего примера:

$$d \cdot \sin\varphi = \pm\frac{1}{5}\lambda, \pm\frac{2}{5}\lambda, \pm\frac{3}{5}\lambda, \pm\frac{4}{5}\lambda, \pm\frac{6}{5}\lambda, \pm\frac{7}{5}\lambda, \pm\frac{8}{5}\lambda, \ldots$$

а “здесь” располагается главный максимум 1-го порядка

Таким образом, между любыми соседними главными максимумами располагается $N - 1$ побочных минимума, а значит и $N - 2$ побочных максимума (которые нас не интересуют ☺).

❖ Замечания к §5

1. Условие для определения угловых положений дополнительных максимумов мы сознательно здесь не приводим – они не имеют ни практической, ни даже «академической» ценности. А вот условия для дополнительных минимумов не только позволяют «достроить» эскиз дифракционной картины. Именно положение дополнительных минимумов, ближайших к главным максимумам определяет их ширину. Проще всего определить, исходя из этих условий угловую ширину главного максимума нулевого порядка. Она равна с высокой точностью:

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd}. \qquad (5.5)$$

Мы использовали то, что при малых углах синус практически равен радианной мере самого угла и условия для углового положения ближайших дополнительных минимумов “слева” и “справа”. Максимумы более высоких порядков чуть шире, но это малосущественно. Как видим, чем больше число

щелей решётки, тем главные максимумы не только выше, но и у́же!

2. Мы анализировали формирование дифракционной картины в монохроматическом свете. Условие $d \cdot \sin\varphi = \pm m\lambda$ для главных максимумов показывает, что решётка способна выявлять спектральный состав падающего на неё излучения, т.е. использоваться в спектральных приборах – спектрофотометрах.

3. Высота каждого главного максимума в N^2 раз больше, чем наблюдалась бы при дифракции на одной щели для того же угла дифракции (в том же месте экрана). Это и обеспечивает хорошую «светосилу» дифракционной решётки, как «диспергирующего элемента» таких приборов.

4. Основная часть энергии света проникшего за препятствие по-прежнему (как и в случае одной щели) сосредоточена в области $-\lambda/b < \sin\varphi < +\lambda/b$, а интенсивность дополнительных максимумов исчезающее мала. Поэтому в спектральных приборах используют главные максимумы именно из этой угловой области (обычно первого порядка с одной стороны от центрального).

§6. *Характеристики дифракционной решётки как спектрального аппарата*

6.1. Угловая и линейная дисперсия

Начнём сразу с определения

“*Опр.*” *Угловая дисперсия равна отношению изменения направления ($\delta\varphi$) на главный максимум дифракции при малом изменении длины волны падающего света λ к величине этого изменения $\delta\lambda$:*

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \qquad (6.1)$$

Рисунок 6.1, как нам кажется, помогает «расшифровать» этот слишком длинный текст.

Чтобы найти угловую дисперсию для дифракционной решётки, используем условие главных максимумов,

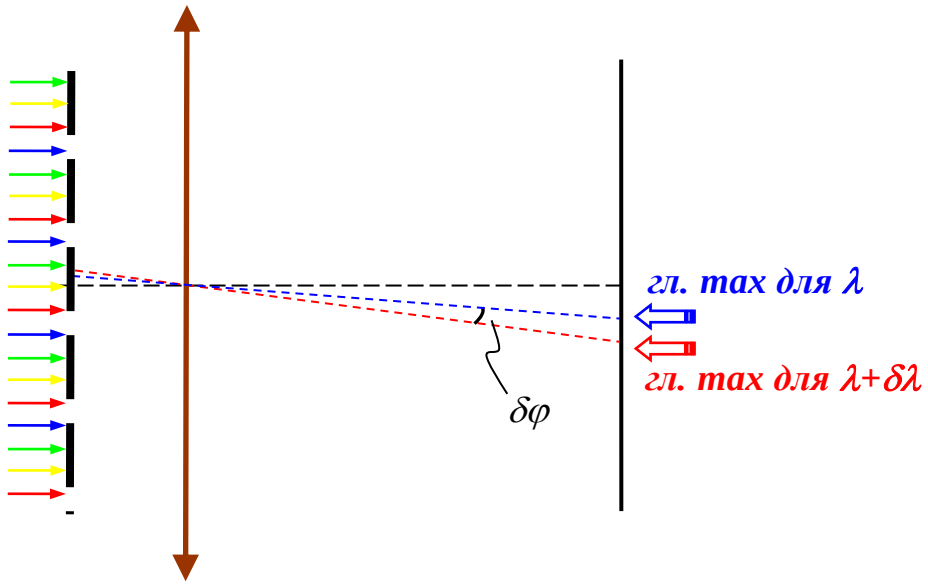


Рис. 6.1. К определению угловой дисперсии.

придав малое изменение длине волны, которое повлечёт за собой и малое приращение угла дифракции. Математически это соответствует равенству дифференциалов от левой и правой части (5.2):

$$d \cdot \cos\varphi \cdot \delta\varphi = m \cdot \delta\lambda .$$

Отсюда легко сделать вывод о значении угловой дисперсии в спектре m-го порядка:

$$D_\varphi \cong \frac{m}{d\cos\varphi} . \qquad (6.2)$$

В центральной области дифракционной картины углы невелики и $\cos\varphi \approx 1$, тогда можно использовать приближённый результат:

$$D_\varphi \cong \frac{m}{d} . \qquad (6.2,a)$$

Отсюда видно, что угловая дисперсия тем больше, чем больше порядок спектра и меньше период дифракционной решётки.

Иногда полезно знать линейное расстояние δx между спектральными линиями, например, на фотоплёнке или на поверхности регистрирующей *CCD*-матрицы. Его характеризует ***линейная дисперсия*** D_x.

$$D_x = \frac{\delta x}{\delta\lambda} . \qquad (6.3)$$

Хотя в числителе и знаменателе здесь величины, имеющие одну ту же размерность длины, не следует забывать, что в качестве единиц измерения линейной

дисперсии используют либо *мм/нм* либо *мм/*Å [*)]. Опять-таки для малых углов дифракции приближённое равенство $dx \approx F \cdot d\varphi$ даёт для этой величины упрощённую связь с угловой дисперсией:

$$D_x \approx F \cdot D_\varphi . \qquad (6.4)$$

6.2. Разрешающая способность

Для количественного спектрального анализа важна не только дисперсия как таковая. Способность спектрального аппарата к выделению монохроматических компонент (деталировка спектра) определяется также шириной и формой дифракционных максимумов. Соответствующая характеристика спектрального аппарата называется его ***разрешающей способностью***.

"***Опр.***" *Разрешающая способность равна отношению длины волны λ, на которой проводятся измерения, к минимальной разрешаемой данным аппаратом разнице в длинах волн $\delta\lambda_{min}$:*

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda^{\min}} . \qquad (6.6)$$

На рис. 6.2 показано угловое распределение интенсивности для двух спектрально близких линий (1 и 2). Линии воспринимаются раздельно, если на кривой результирующей интенсивности (сплошная

*) Å – Ангстрем, особая внесистемная единица длины, часто используемая в спектроскопии и в атомной физике.

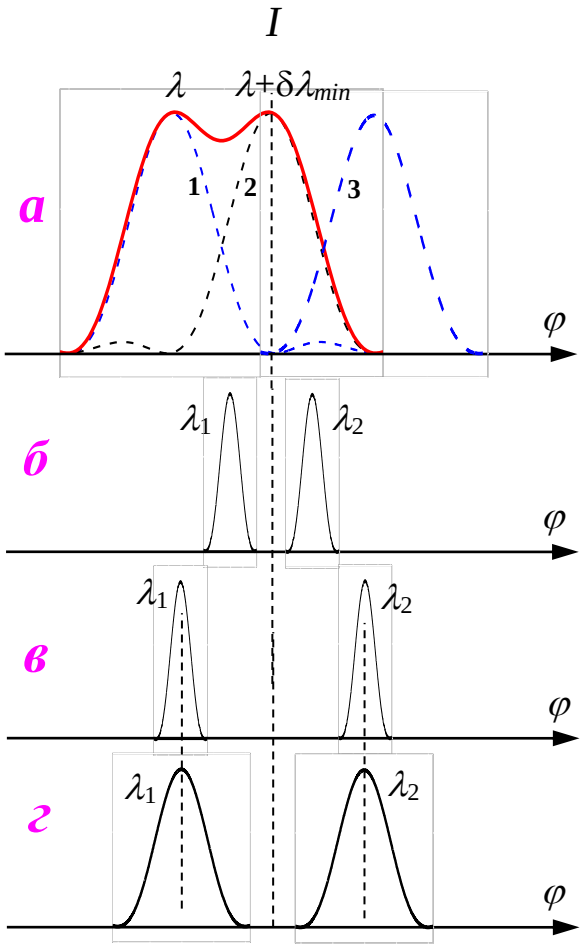


Рис. 6.2. К определению разрешающей способности.

линия на рис. 6.2,*а*) между максимумами наблюдается “провал” интенсивности. Согласно критерию Рэлея*), две близкие спектральные линий λ и $\lambda+\delta\lambda$ ещё можно разрешить, если минимум одной из них совпадает с максимумом другой – см. рис. 6.2,*а*. Разрешение,

*) С ним мы уже познакомились при обсуждении возможности оптических приборов различать удалённые объекты.

конечно, будет улучшаться по мере удаления максимумов друг от друга (линии 1 и 3 на рисунке). Если же линии расположены ближе друг к другу, чем линии 1 и 2 на рис. 6.2,*а*, то они, в соответствии с критерием Рэлея, разрешены не будут – прибор зарегистрирует один уширенный максимум.

С учётом соотношений (5.2 и 5.4) условие наложения границы максимума (первого побочного минимума) для длины волны λ с максимумом для длины волны $\lambda + \delta\lambda^{\min}$ в спектре m-порядка можно записать так:

$$d \cdot \sin\varphi = (m + 1/N) \cdot \lambda .$$

$$d \cdot \sin\varphi = m \cdot (\lambda + \delta\lambda^{\min}) .$$

Отсюда получаем, что

$$\delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{mN},$$

а разрешающая способность равна:

$$R = mN . \qquad (6.4)$$

Таким образом, разрешающая способность дифракционной решётки пропорциональна числу щелей и порядку интерференции m.

На рис. 6.2,*б–г* представлены положения максимумов близких спектральных линий при дифракции на решётках, отличающихся по величине дисперсии D и разрешающей способности R. Решётки *б* и *в* обладают одинаковой разрешающей

способностью, но различной дисперсией. Решетки *в* и *г,* напротив, характеризуются одинаковой дисперсией, но различной разрешающей способностью.

Пример 6.1. На рис. 6.3 приведён линейчатый спектр излучения ртутной лампы. Хорошо видно, что жёлтые линии не разрешены в 1-порядке дифракции и достаточно легко различимы во 2-м и 3-м.



Рис. 6.3. Спектр ртутной лампы.

6.3. Свободная спектральная область

При падении на дифракционную решётку происходит разложение света в спектр. В более высоких порядках спектры уширяются, и становится возможным их перекрытие со спектром меньшего – см. рис. 6.4.

Свободная спектральная область соответствует такой ширине изучаемых спектров $\Delta\lambda_{св}$, при которой они ещё не перекрываются в данном порядке дифракции. Используя условие главных максимумов

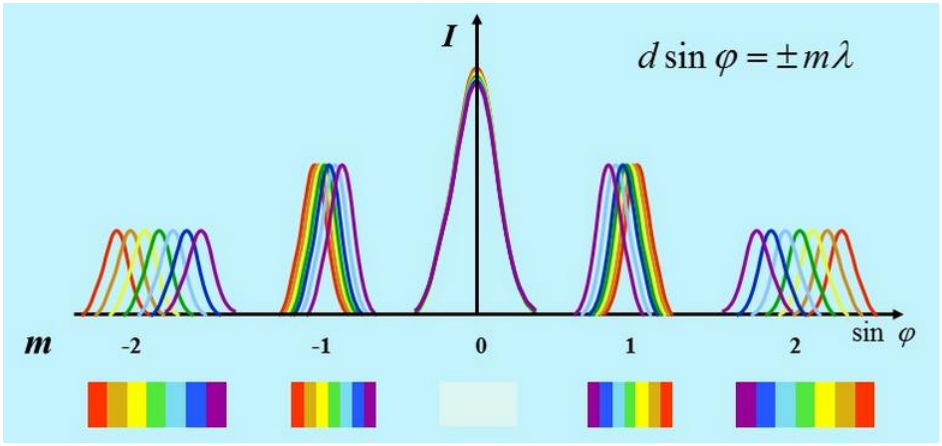


Рис. 6.4. К понятию свободной спектральной области.

(5.2), найти её значение очень просто, записав и решив неравенство $m\cdot(\lambda + \Delta\lambda) < (m+1)\cdot\lambda$. Итак:

$$\Delta\lambda_{св} = \frac{\lambda}{m}. \qquad (6.5)$$

Мы получили ожидаемый результат: ***чем выше порядок спектра, тем у́же свободная спектральная область***.

❖ Замечания

Дифракционные решётки рассмотренного выше типа редко используются в реальных современных спектрофотометрах. Для таких решёток, как мы видели, наибольшая интенсивность света приходится на центральный ахроматический (“белый”) максимум нулевого порядка, а спектры более высоких порядков менее интенсивны. Для исправления этого недостатка обычно используются так называемые «фазовые» дифракционные решётки, позволяющие перераспределить энергию дифрагировавшего светового потока в пользу спектров более высоких порядков, за счёт ослабления

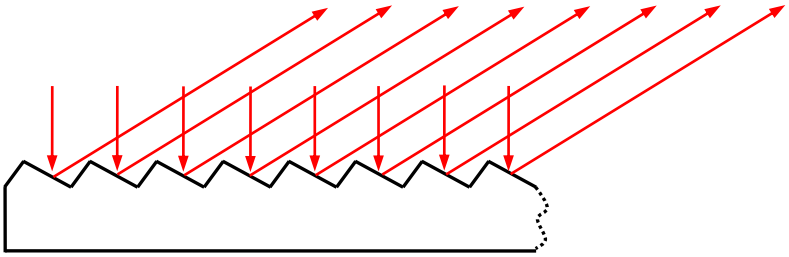


Рис. 6.5. Отражательная дифракционная решётка типа «эшелетт».

остальных. Чаще всего используется решётка типа «эшелетт»[*)] – отражательная решётка со “штрихами” треугольного асимметричного профиля – см. рис. 6.4. Такие решётки позволяют концентрировать в одном спектре (обычно только “правого” или “левого” 1-го порядка) до 70% падающего света – светосила этих приборов резко возрастает.

В дополнительных главах мы обсудим также принципиальные основы другого современного способа анализа спектрального состава света без использования таких диспергирующих элементов как решётка или призма. Речь пойдет о принципах Фурье-спектроскопии.

[*)] От французского слова “*echelette*” – лесенка.

Глава VI. Поляризация света

§1. *Типы поляризации света*

Поляризация – ещё одно свойство, присущее лишь волнам. Причём только волнам поперечным. Продемонстрировать возникновение поляризации можно на примере бегущей по шнуру упругой волны с одним закреплённым концом. На пути этой волны расположена щель. Щель пропускает без изменений сонаправленные с ней колебания – рис. 1.1,*а* и полностью гасит колебания в перпендикулярном направлении – рис. 1.1,*б*. На демонстрационной установке видно, что такое поляризующей устройство пропускает лишь параллельные щели составляющие всех разнонаправленных колебаний падающей волны.

При определённых условиях и колебания вектора напряжённости электрического поля световой волны

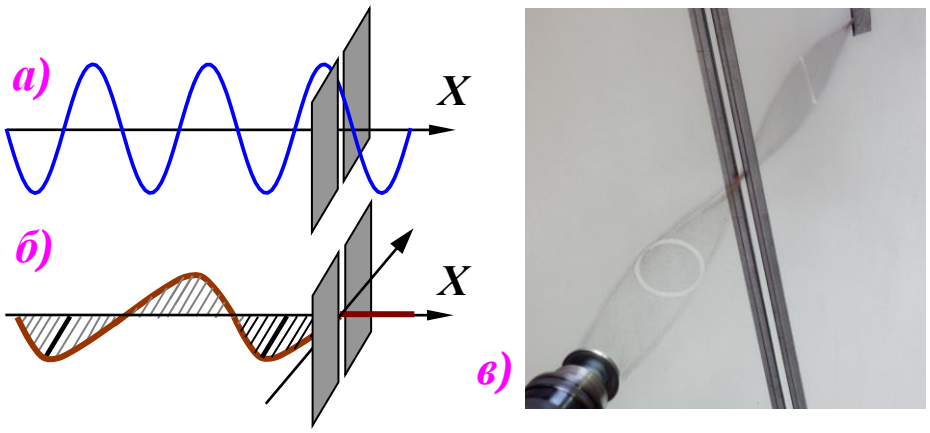


Рис. 1.1. Демонстрация принципа действия (*а*, *б*) и модель (*в*) «поляризатора» упругих волн.

могут происходить, не меняя своей ориентации в пространстве. Скажем, если такая волна бежит в направлении координатной оси X, вектор $\vec{E}$ такой волны в разных её точках может оставаться в одной плоскости. Например, YOX – см. рис. 1.2 повторяющий рис. 2.2 главы 3 (стр. 125).

Такой свет называется плоско-поляризованным, а сама плоскость YOX – плоскостью колебаний. Конечно, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ также не покидает перпендикулярную векторам $\vec{E}$ плоскость – плоскость ZOX в нашем примере.

Чтобы описать другие возможности – другие типы поляризации света, обсудим поведение вектора напряжённости в одной из плоскостей (ZOY), перпендикулярных направлению распространения световой волны. Прежде всего, заметим, что для плоско-поляризованного света в разные моменты

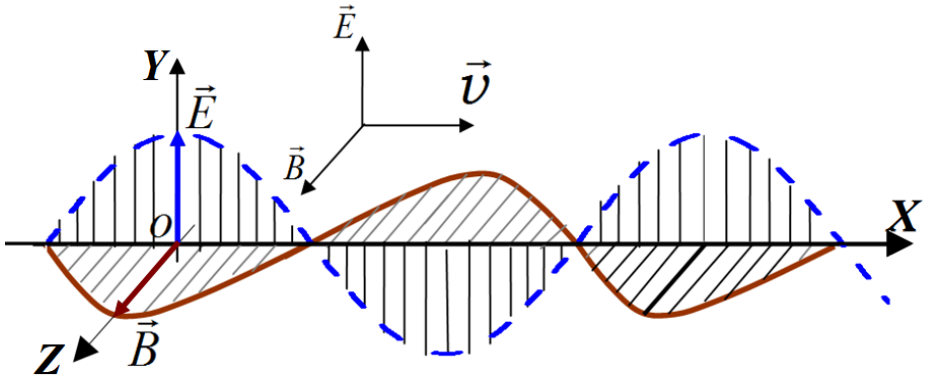


Рис. 1.2. Плоская электромагнитная волна.

времени вектор $\vec{E}$ обязательно будет принадлежать одной прямой линии (ось Y на рис. 1.3,*а*). Отсюда ещё одно название для того же состояния поляризации света – «линейная поляризация».

Свет называется циркулярно поляризованным (или поляризованным по кругу), если вектор поворачивается относительно направления распространения (оси X, рис. 1.3,*б*). Конец вектора описывает окружность с центром в точке О. Ещё одна выделенная возможность – конец вектора может описывать не окружность, а эллипс – рис. 1.3,*в*. То есть он не только поворачивается, но и изменяет свою длину. Такой свет принято называть

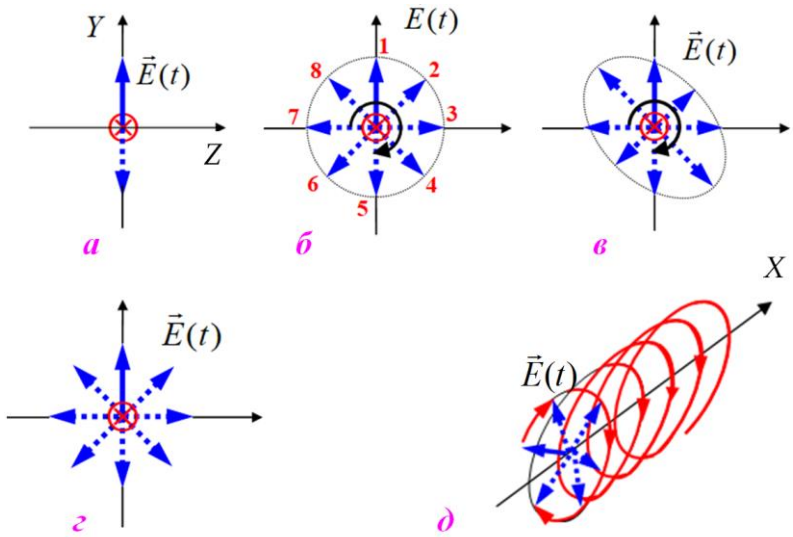


Рис. 1.3. Типы поляризации света.

эллиптически поляризованным.

Если же ориентация вектора меняется с течением времени случайным (беспорядочным) образом, то говорят, что это свет неполяризованный или “естественный” – рис. 1.3,*г*. Последний термин отражает то обстоятельство, что обычные «тепловые» источники излучают как раз неполяризованный свет. А получить свет с тем или иным типом поляризации удаётся, как правило, применяя особые устройства – “поляризаторы” и специальные оптические элементы – “кристаллические пластинки $\lambda/4$”, речь о которых пойдёт несколько позже.

В заключение этого вводного параграфа обобщим сказанное по поводу поляризованного света, а кроме того уточним отличие циркулярно-поляризованного света от естественного.

“*Опр.*” *Свет называется поляризованным, если направление светового вектора ($\vec{E}$) меняется с течением времени закономерным образом*

Внешне “картинка” для естественного света весьма похожа на наблюдаемую при круговой поляризации (сравните рис. 1.3, *а* и *г*) – в разные моменты времени вектор может оказаться направленным в любую сторону. Кардинальное отличие состоит в том, что эти изменения происходят непредсказуемым образом – каждое последующее направление равновероятно.

Рисунок 1.3,*д* даёт представление о пространственной картине поведения вектора напряжённости (“мгновенная фотография” – “винтовая лестница”) для случая циркулярно- или эллиптически-поляризованного света. Поворот вектора происходит с угловой скоростью $\omega = 2\pi c/\lambda$ (c – скорость света). С течением времени такой “винт” смещается вдоль оси X со скоростью c. Различают «правую» и «левую» эллиптические поляризации. Исторически сложилось называть свет «правополяризованным», если для наблюдателя, смотрящего *навстречу лучу*, световой вектор вращается *по часовой стрелке*.

§2. *Поляризаторы. Закон Малюса*

Не конкретизируя пока механизм его действия, назовём “идеальным поляризатором” (*ИП*) устройство, пропускающее без ослабления свет с одной из возможных ориентаций вектора $\vec{E}$ и вовсе не пропускающее свет с перпендикулярной ориентацией таких колебаний. Плоскость, включающую первое направление и падающий на поляризатор луч, называют ***главной плоскостью поляризатора***, а иногда и попросту его ***плоскостью пропускания***.

Пусть на идеальный поляризатор падает плоско-поляризованный свет с интенсивностью I_0, а его плоскость колебаний составляет с главной плоскостью поляризатора угол θ. Тогда вектор напряжённости $\vec{E}$ падающей световой волны удобно

разложить на составляющие – вдоль ($\vec{E}_{\text{I}}$) и поперёк ($\vec{E}_{\perp}$) соответствующего направления – см. рис. 1.4. После идеального поляризатора первое колебание не будет ослаблено. Его амплитуда останется равной $E_0 \cdot \cos\theta$. Второе колебание вовсе исчезнет. Это приводит нас к результату, который принято называть законом Мал*ю*са [*)]:

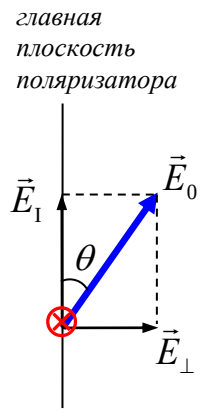


Рис. 1.4. К обоснованию закона Малюса.

$$I = I_0 \cdot \cos^2\theta. \qquad (1.1)$$

Если на идеальный поляризатор падает естественный свет, то он становится плоско-поляризованным, очевидно, в главной плоскости идеального поляризатора. В действительности, естественный свет, прошедший через реальный поляризатор остаётся частично поляризованным. Его удобно представить как смесь плоско-поляризованного с интенсивностью I_{I} и неполяризованного с интенсивностью I_*. Такой свет принято характеризовать степенью поляризации P. Для её измерения на пути анализируемого света ставят другой поляризатор (*ИП* на рис. 1.5, играющий роль *анализатора*) и, поворачивая

[*)] Впервые сформулирован французским инженером, физиком и математиком Этьеном Мал**ю** (*Étienne Louis Malus*) в 1810 году.

его относительно направления распространения света, фиксируют максимальную I_{max} и минимальную I_{min} интенсивность за ним. Тогда степень поляризации считается равной:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \qquad (1.2)$$

Нетрудно сообразить, что степень поляризации плоско-поляризованного света $P = 1$ ($I_{min} = 0$). Степень поляризации естественного света равна нулю, поскольку при любой ориентации анализатора интенсивность будет одна и та же $I_{max} = I_{min} = const$. В качестве упражнения попробуйте обосновать, что она равна $I_0/2$ *).

В начале параграфа мы сказали, что не будем пока конкретизировать механизм действия поляризующих

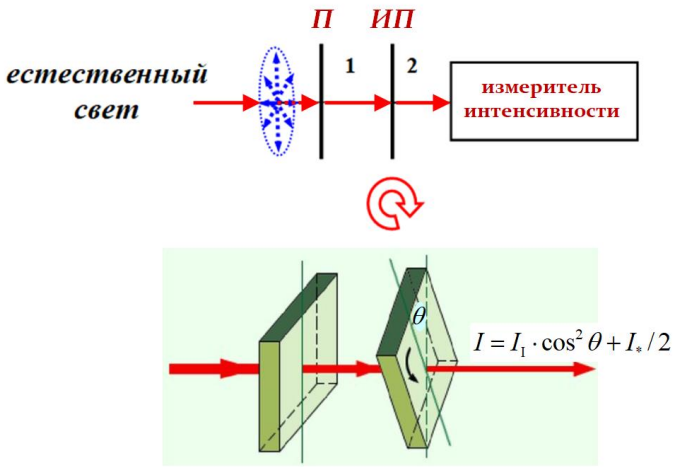


Рис. 1.5. Анализ степени поляризации частично поляризованного света.

*) Подробнее мы обсудим этот случай, как и случай циркулярно-поляризованного света ($I_{max} = I_{min} = I_0/2$, и формально $P = 0$ также!) на семинарских занятиях.

устройств. Пришла пора хотя бы перечислить те некоторые физические явления, в которых свет из естественного может превращаться в поляризованный. Вот эти явления, которые мы и собираемся обсудить в дальнейшем: *прохождение света через оптически анизотропную среду, рассеяние света, отражение и преломление на границе раздела двух прозрачных диэлектриков*.

§3. *Поляризация света в анизотропной среде*

3.1. Двулучепреломление света

Весьма разнообразные явления, связанные с поляризацией света могут наблюдаться при распространении света в оптически анизотропной среде*). Например, разделение луча на два – двулуче-



Рис. 3.1. Формирование двух оптических изображений текста в результате двулучепреломления

*) Анизотропия – различие свойств в зависимости от направления.

преломление. Впервые это явление наблюдалось датским учёным Расмусом Бартолином для исландского шпата ($CaCO_3$) в 1669 году. Расщепление лучей приводило к формированию двух оптических изображений при прохождении такого кристалла – см. рис. 3.1. Даже при нормальном падении света на плоскую грань внутри него помимо обычного непреломленного может возникать луч, изменивший направление по сравнению с первоначальным. Для такого луча нарушаются законы преломления света, отношение $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ не есть постоянная величина. Более того, преломленный луч может не находиться в той же плоскости, которую задают луч падающий и перпендикуляр к границе раздела. Этот луч принято называть «необыкновенным» и обозначать «*e*» (*extraordinary*). Луч, подчиняющийся законам преломления, называют соответственно «обыкновенным» («*o*»). Поскольку причину столь необычного поведения света мы будем искать в его волновой природе, в дальнейшем будем говорить также «обыкновенная» и «необыкновенная» волна – они бегут вдоль соответствующих направлений.

Опыт показывает, что волны эти характеризуются взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний – направления колебаний светового вектора указано

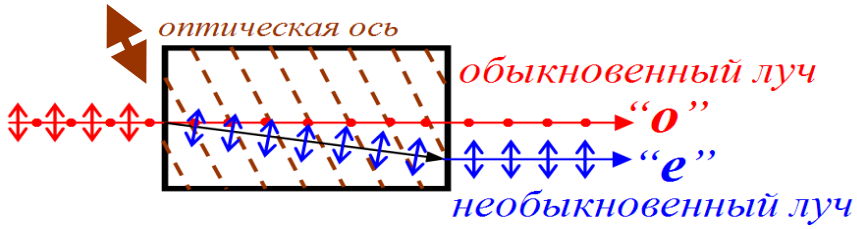


Рис. 3.2. Двулучепреломление при нормальном падении света на кристалл.

на рис. 3.2 стрелками и точками*). Как мы скоро выясним, именно с этим связано различие в скоростях распространения и, следовательно, показателях преломления для этих волн.

3.2. Поляризация при избирательном поглощении

Нередко бывает, что свет с разной поляризацией по-разному поглощается веществом кристалла. Такое свойство называется «дихроизмом». Например, значительным дихроизмом обладает турмалин – сложный алюмосиликат, содержащий бор. Он очень сильно поглощает обыкновенную волну «*o*», и почти не поглощает необыкновенную «*e*». В итоге из кристалла выходит плоско поляризованный свет! До изобретения призмы Николя, в которой используется различие показателей преломления этих волн (см. рис. 3.3), именно пластинки турмалина использовались в качестве простейших поляризаторов. (Другими примерами дихроичных веществ являются поливиниловый спирт, герапатит – сернокислый йод-хинин, а также многие полимеры)

*) Смысл обозначения и само понятие «оптическая ось» мы обсудим позже.

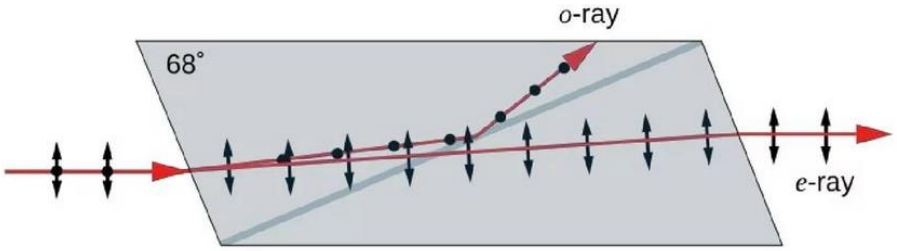


Рис. 3.3. Поляризатор на основе призмы Николя.

В общем случае мы можем сказать, что интенсивность света с определённой поляризацией убывает по мере распространения в дихроичном веществе по закону (см. рис. 3.4)[*)]:

$$I(x) = I_0 e^{-æx}. \qquad (3.1)$$

Постоянная $æ$ называется *показателем поглощения*. Величина $æ$ зависит от длины волны, и эта зависимость $æ(\lambda)$ называется *спектром поглощения вещества*. Соотношение (3.1) было экспериментально установлено Пьером Бугером и теоретически объяснёно Иоганном Ламбертом в XVIII в., и потому в применении к световым волнам называется ***законом Бугéра–Лáмберта***.

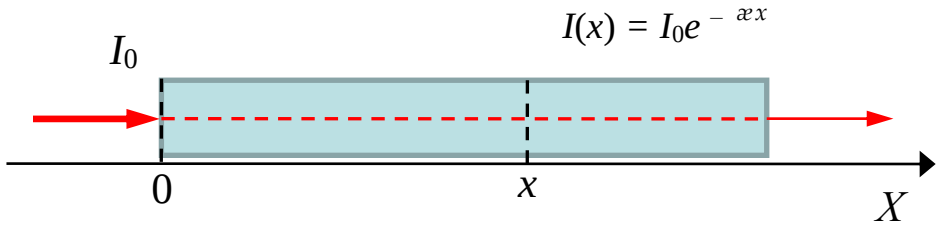


Рис. 3.4. Поглощение света веществом – закон *Бугéра–Лáмберта*.

*) Такой же вид сохраняет закон и для поглощения, не зависящего от поляризации.

Если свет поглощается молекулами некоторого “активного” вещества в растворе, показатель поглощения раствора, как правило, оказывается пропорциональным концентрации “активного” вещества $æ = \alpha_0 C$ (здесь C – концентрация, α_0 – коэффициент, не зависящий от концентрации)[*)]. Последнее утверждение по существу означает, что *поглощающая способность молекулы "активного" вещества не зависит от присутствия рядом других молекул и называется законом* ***Бера***. Комбинация закона (3.1) с законом Бера носит название закона ***Бугéра–Лáмберта–Бéра***. Использование этого закона позволяет в ряде случаев оперативно измерять и регулировать концентрацию исследуемого вещества в растворе путем измерения поглощения в определенной спектральной области.

3.3. Понятие о природе двулучепреломления

Физическая причина двулучепреломления – различие в скорости распространения электромагнитных волн в веществе в зависимости от их поляризации – направления вектора $\vec{E}$. Есть только одно направление в кристалле, для которого фазовые скорости волн с разной поляризацией одинаковы[**)]. Это направление называется оптической осью кристалла. Таким образом, мы можем дать важное определение:

“***Опр.***” ***Оптической осью кристалла называется направление, для которого скорость распространения***

[*)] Предполагается, что сам растворитель не поглощает в исследуемой спектральной области.

[**)] Это относится к так называемым одноосным кристаллам, которые мы и будем рассматривать в дальнейшем.

световых волн не зависит от ориентации вектора напряжённости электрического поля

Как показал анализ, плоскость колебаний (вектор $\vec{E}$) обыкновенной волны перпендикулярна оптической оси кристалла, а необыкновенной – параллельна ей. И мы сейчас поймём в чём тут дело.

Для объяснения возникновения отличий в скорости света по разным направлениям рассмотрим простейший кристалл, у которого постоянные решётки a и b заметно различаются по осям Y и Z ($a > b$ – см. рис. 3.5). Постоянная c в направлении X также равна b. Электрическое поле $\vec{E}$ вдоль оси Y приводит к бóльшему поляризационному смещению электронной плотности, а это означает, что диэлектрическая проницаемость ε в этом случае больше, чем для поля, направленного вдоль оси Z. Волна, бегущая в направлении оси X (от нас на рис. 3.5) с вертикальной плоскостью колебаний, будет иметь меньшую

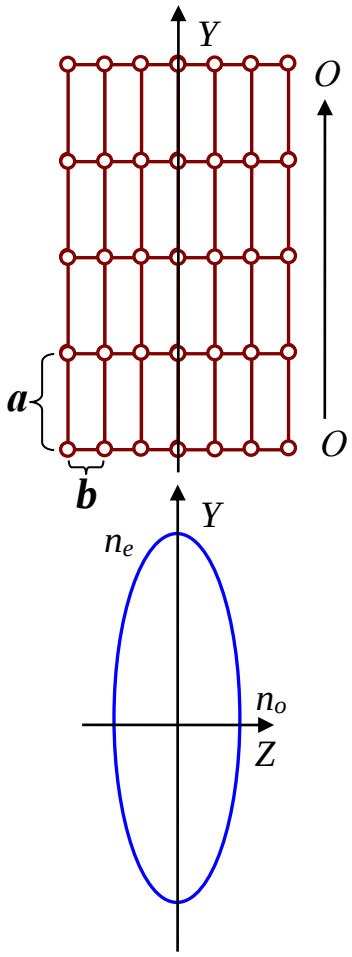


Рис. 3.5. Оптическая анизотропия кристалла.

скорость, чем волна с горизонтальным направлением вектора $\vec{E}$. Ведь фазовая скорость волны в среде по теории Максвелла равна $\upsilon = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$. В этом направлении скорости волн с разными плоскостями колебаний отличаются больше всего. А вот для света, распространяющегося в направлении Y, никакого отличия не будет! При любой ориентации вектора $\vec{E}$ поле волны одинаково поляризует среду. Это и есть направление оптической оси OO′ кристалла в нашем примере.

Теперь нетрудно подметить, что при распространении света вдоль оси X максимальна скорость обыкновенной волны (т.к. минимален $n = n_o$) и минимальна необыкновенной (максимален $n = n_e$) – $\upsilon_o > \upsilon_e$ (это так называемый “положительный кристалл”). Вдоль оптической оси свет распространяется с максимальной для данного кристалла скоростью независимо от ориентации вектора $\vec{E}$ – разделения на две волны не происходит.

Основой дальнейшего анализа будут построения Гюйгенса. Для этого нам надо понять, как поляризованные волны от точечного вторичного источника распространяются в анизотропной среде по разным направлениям. На рис. 3.6,*а* волны с направлением вектора $\vec{E}$ перпендикулярным плоскости рисунка, распространяясь в любом направлении от источника, бегут с одинаковой

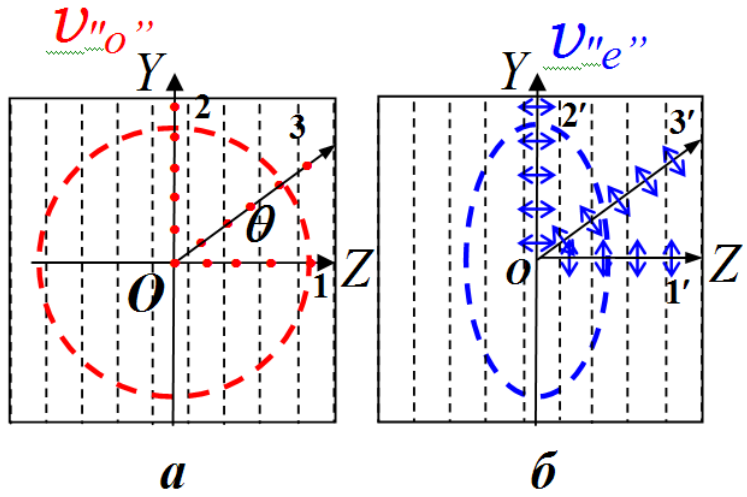


Рис. 3.6. Распространение волн с разной поляризацией по разным направлениям в анизотропном кристалле.

скоростью υ_o, поскольку вектор $\vec{E}$ для них перпендикулярен также и оптической оси. Для волн с направлением вектора $\vec{E}$, лежащим в плоскости рисунка, последнее условие выполняется только в направлении Y, т.е. оптической оси. Только в этом направлении $\upsilon_e = \upsilon_o$. В направлении оси Z скорость таких волн минимальна, а по остальным принимает промежуточные значения – см. рис. 3.6,*б*. В трёхмерном пространстве волновые фронты соответствующих волн имеют форму сферы и эллипсоида вращения соответственно. Вот теперь можно, используя метод Гюйгенса, анализировать детально особенности распространения света в анизотропных средах.

3.4. Построения Гюйгенса. Формирование двух лучей

А) Оптическая ось перпендикулярна большим граням кристаллической пластинки – рис. 3.7.

Выполним построение Гюйгенса в простейшем случае: кристаллическая пластина вырезана так, что оптическая ось перпендикулярна её большим граням, а свет падает по нормали к ним – т.е. как раз вдоль оптической оси кристалла. Скорость распространения света вдоль оптической оси, как мы знаем, не зависит от его поляризации. Поэтому волновые фронты от вторичных источников, возбуждённых падающим светом на границе кристалла в этом направлении удаляются на одно расстояние независимо от направления вектора $\vec{E}$. В перпендикулярном направлении для волн с вектором $\vec{E}$, лежащим в плоскости рисунка она минимальна (вектор $\vec{E}$ оказывается параллельным оптической оси). В других направлениях скорость таких волн убывает от

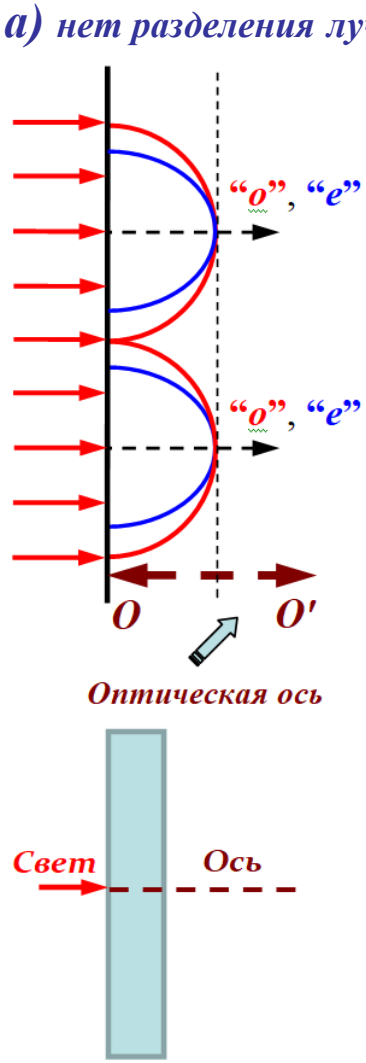


Рис. 3.7,*а*. Построения Гюйгенса.

максимальной до минимальной с изменением угла от нуля до $\pi/2$, отсчитываемого от первоначального направления падения света. Для волн с такой ориентацией вектора напряжённости вторичные волновые поверхности имеют вид эллипсоидов вращения, а для волн с перпендикулярной – вид полусфер – см. рис. 3.7,*а*. Поверхности касаются друг друга в вершинах эллипсоидов наиболее удалённых от поверхности кристалла и через эти же точки проходят огибающие новых волновых фронтов в обоих случаях. Т.е. они попросту совпадают – никакого разделения, ни пространственного (на два луча) ни фазового (две волны) в этой ситуации не происходит!

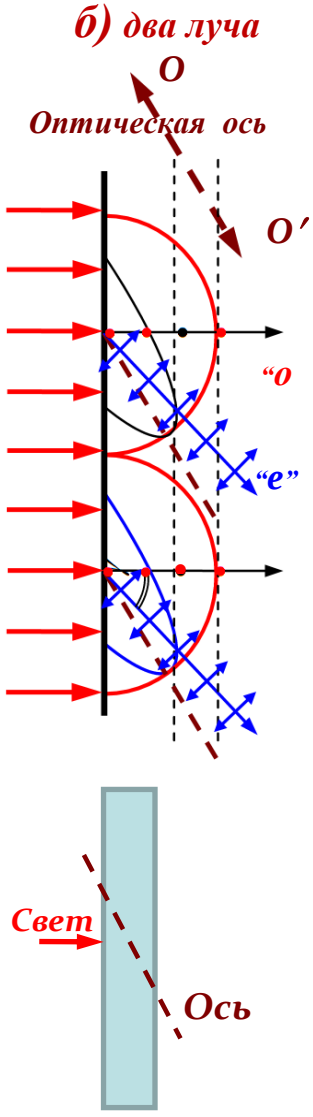


Рис. 3.7,*б*. Построения Гюйгенса.

Б) Возникновение двух лучей.

Пусть теперь оптическая ось кристалла направлена под углом к большим

граням кристаллической пластинки (рис. 3.7,*б*), а свет, по-прежнему, падает по нормали. На этот раз аналогичные построения фронтов вторичных волн и огибающей к ним демонстрируют изменение направления распространения волны “*e*” по сравнению с первоначальным – см. рис. 3.7,*б*. Это и объясняет возникновение второго луча при двулучепреломлении – рис. 3.2.

В) Оптическая ось параллельна большим граням кристаллической пластинки.

Несколько иная ситуация реализуется в случае, когда кристалл вырезан параллельно его оптической оси. Падающий по нормали к большим граням кристалла свет оказывается перпендикулярен и к его оптической оси. На этот раз скорости волн со взаимно-перпендикулярной поляризацией одинаковы лишь в перпендикулярном по отношению к первоначальному направлению света направлении – см. рис. 3.8. В первоначальном же направлении скорости отличаются больше всего. Проведя огибающие поверхности, мы

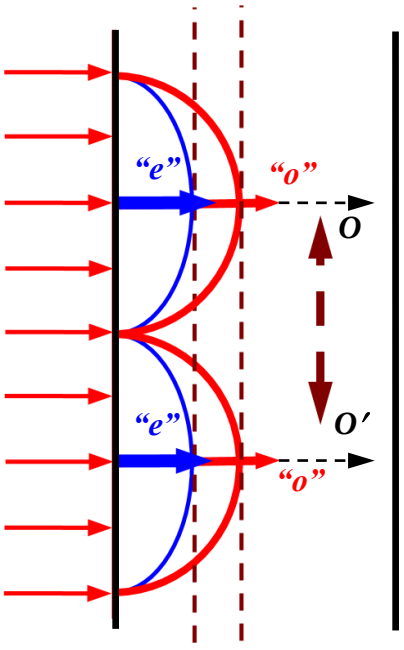
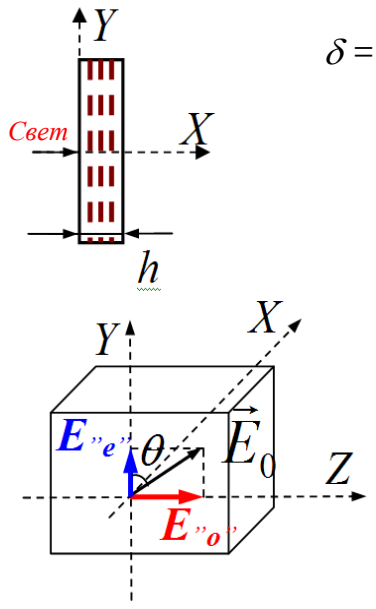


Рис. 3.8. Построения Гюйгенса.

понимаем, что второго луча не возникает, но фронт необыкновенной волны отстаёт от фронта обыкновенной по мере распространения в такой анизотропной среде. Между этими волнами возникает разность хода и постепенно «набегает» разность фаз. На выходе из пластинки первая достигает значения $\Delta = (n_e - n_o)\cdot h$. Именно такие пластинки используются в оптике для получения и анализа эллиптически поляризованного света.

§4. *Получение эллиптически поляризованного света*

Пусть на обсуждавшуюся в предыдущем пункте кристаллическую пластинку толщиной h падает по нормали линейно-поляризованный свет – см. рис. 4.1.



$$\delta = 2\pi\Delta/\lambda, \qquad \Delta = (n_e - n_o)\cdot h$$

Уравнения эллипса:

$$\begin{cases} E_{"o"}(h) = E_{0z}\cdot\cos\omega t' \\ E_{"e"}(h) = E_{0y}\cdot\cos(\omega t' - \delta) \end{cases}$$

Частный случай:
(пластинки “$\lambda/4$” и “$\lambda/2$”)

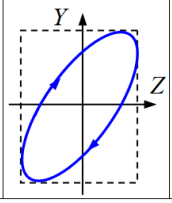
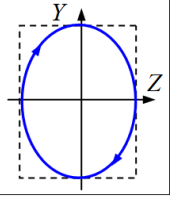
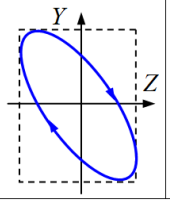
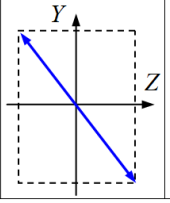
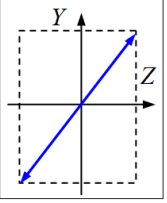
1) $\Delta = \lambda/4 \quad \Rightarrow \quad \delta = \pi/2$

2) $\Delta = \lambda/2 \quad \Rightarrow \quad \delta = \pi$

Рис. 4.1. Кристаллические пластинки (например, “$\lambda/4$” и “$\lambda/2$”).

Эта пластинка создаёт разность хода обыкновенной и необыкновенной волн Δ, а значит и фазовый сдвиг между двумя колебаниями векторов $\vec{E}_{"o"}$ и $\vec{E}_{"e"}$ на выходе из пластинки равный $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot(n_e - n_o)\cdot h$. Эти гармонические колебания, как мы знаем, взаимно-перпендикулярны. В результате сложения векторов $\vec{E}_{"o"}$ и $\vec{E}_{"e"}$ на выходе из пластинки возникает эллиптически поляризованный свет*) – конец результирующего вектора $\vec{E}(t)$ описывает эллипс. Его вид зависит как от фазового сдвига δ, так и от амплитуд компонент E_{0y} и E_{0z}. Последние определяются углом θ, который плоскость колебаний падающей линейно-поляризованной волны составляет с главной плоскостью на входе в кристалл – см. рис. 4.1. Несколько примеров расположения эллипса мы приводим в таблице 4.1.

Таблица. 4.1. Поляризация света после кристаллических пластинок.

Δ	$\frac{\lambda_0}{8}$	$\frac{\lambda_0}{4}$	$\frac{3\lambda_0}{8}$	$\frac{\lambda_0}{2}$	λ_0
δ	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	2π
Вид эллипса					

*) Полезно вспомнить в связи с этим фигуры Лиссажу и уравнения эллипса.

4.1. Кристаллические пластинки “$\lambda/4$” и “$\lambda/2$”

Так принято называть кристаллические пластинки, обеспечивающие разность хода обыкновенной и необыкновенной волн равную четверти и половине длины волны λ_0 соответственно. То есть это частный случай кристаллических пластинок, описанных в предыдущем пункте. Толщину таких пластинок можно найти из условий:

$$\text{“}\lambda/4\text{”}:\ h=\frac{\lambda_0}{4(n_e-n_o)} \quad \text{и} \quad \text{“}\lambda/2\text{”}:\ h=\frac{\lambda_0}{2(n_e-n_o)}. \qquad (4.1)$$

На выходе из пластинки “$\lambda/4$” возникает эллиптически поляризованный свет (см. табл. 4.1) – конец результирующего вектора напряжённости описывает эллипс, вытянутый вдоль одной из осей Z или Y. Если дихроизмом кристалла можно пренебречь, то дополнительное условие $\theta = \pi/4$ (45°) превращает эллипс в окружность – свет поляризован циркулярно.

Для пластинки “$\lambda/2$” фазовое запаздывание, создаваемое пластинкой, равно π и эллипс «вырождается» в прямую с отрицательным наклоном (табл. 4.1, предпоследний случай). Как раз такой результат проще всего проиллюстрировать графически – см. рис. 4.2. Запаздывание по фазе на π означает «переворот» соответствующего вектора на векторной диаграмме. В результате происходит поворот плоскости колебаний на угол 2θ.

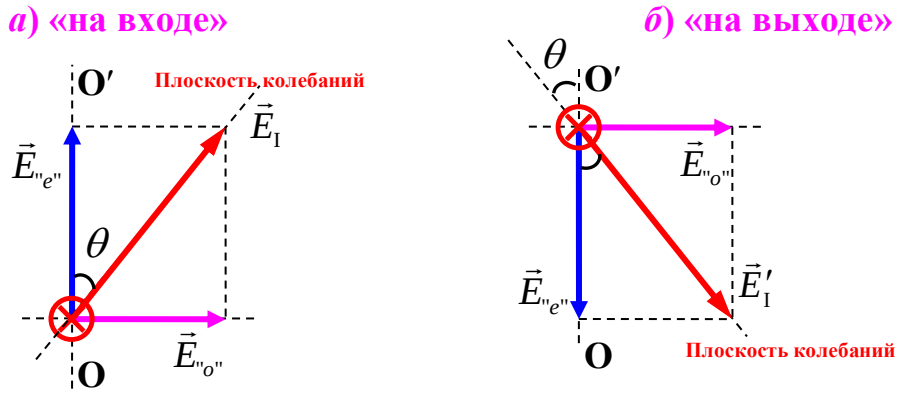


Рис. 4.2. Кристаллическая пластинка "$\lambda/2$".

4.2. Анализ состояния поляризации света

Обсудим теперь, как определить состояние поляризации света в разных случаях. Например, как отличить эллиптически поляризованный свет от смеси естественного и плоско поляризованного? Если использовать для анализа состояния поляризации только поляроид *П* и регистрирующее устройство *Р* (в простейшем случае – экран) – см. рис. 4.3,*а*, то различить эллиптически поляризованный и частично плоско поляризованный свет невозможно. В обоих случаях при вращении главной плоскости поляроида регистрирующее устройство зафиксирует плавное измене-

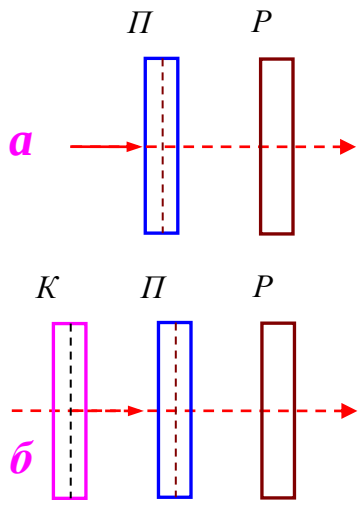


Рис. 4.3. Анализ эллиптической поляризации света.

ние интенсивности света от некоторого максимального до минимального (отличного от нуля) значения. Расположим теперь перед поляроидом $П$ «четвертьволновую пластинку» ($К$) так, чтобы её оптическая ось была ориентирована вдоль главного направления поляроида, соответствующего максимуму (или минимуму) интенсивности света в предыдущем опыте. Если на пластинку падает эллиптически поляризованный свет, то после прохождения пластинки «$\lambda/4$» он преобразуется в плоско поляризованный и при вращении главной плоскости поляроида $П$ регистрирующий прибор будет отмечать минимальную интенсивность света, равную нулю. Этого никогда не произойдет, если падающий на пластинку $К$ свет частично плоско поляризован.

Аналогичным образом можно отличить с помощью «четвертьволновой пластинки» свет, поляризованный по кругу, и естественный свет. В этом случае в эксперименте, показанном на рис. 4.3,*б*, оптическую ось кристаллической пластинки можно ориентировать произвольно – при любом положении оси циркулярно поляризованный свет будет преобразован пластинкой «$\lambda/4$» в плоско-поляризованный. Изменяя ориентацию главной плоскости поляроида, будем регистрировать прибором $Р$ изменение интенсивности света от

максимального значения до нуля. При пропускании через пластинку «$\lambda/4$» естественного света он не станет плоско поляризованным, поэтому регистрирующий прибор ни при каком положении главной плоскости поляроида Π не зарегистрирует нулевую интенсивность.

В заключение этого раздела обсудим характер поляризации света после прохождения через кристаллическую пластинку в случае падения на неё луча естественного света. Так как естественный свет может рассматриваться как совокупность поляризованных в различных плоскостях волн, каждая такая волна превратится в эллиптически поляризованную. Однако форма и ориентация эллипсов для световых волн различных длин будет разной (см. рис. 4.4). В итоге из

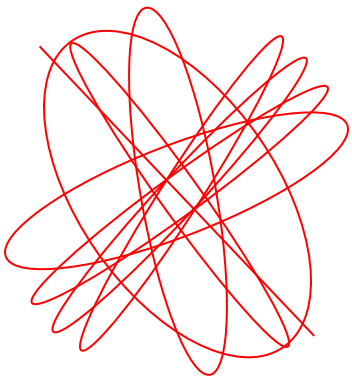


Рис. 4.4. Состояние поляризации после прохождения кристаллической пластинки естественного света.

кристаллической пластинки выйдет также естественный свет, но иной “внутренней поляризационной структуры” (вместо совокупности плоско поляризованных – набор эллиптически поляризованных волн).

§5. *Поляризация света при рассеянии*

5.1. Природа рассеяния света

При падении света на границу раздела двух прозрачных диэлектриков световой поток делится на два – отражённый и преломленный. А ещё и рассеянный. По закону геометрической оптики в однородной прозрачной среде свет распространяется по прямым линиям, называемым лучами. Однако в среде с оптическими неоднородностями помимо светового потока в первоначальном направлении свет можно наблюдать и сбоку – см. рис. 5.1. – это результат светорассеяния. Рассеянный свет есть

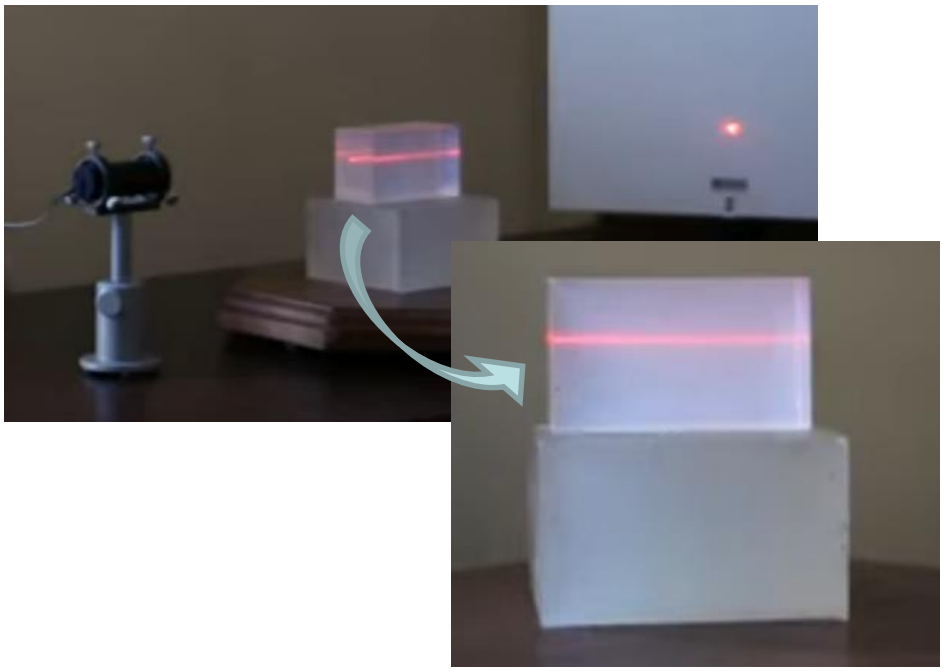


Рис. 5.1. Рассеяние света “мутной средой”

результат переизлучения электромагнитных волн атомами и молекулами среды, возбуждёнными падающей световой волной. Эти частицы – электрические диполи. Идея Гюйгенса о вторичных источниках и вторичных волнах находит в них материальное воплощение. В первом приближении – это система, состоящая из атомного остова и наиболее удалённого от ядра атома т.н. оптического электрона. Он наиболее подвижен и в электрическом поле падающей световой волны $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos\Omega t$ совершает вынужденные колебания на частоте вынуждающего воздействия (света) Ω – электронная плотность смещается по закону $\xi(t) = A\cos(\Omega t - \alpha)$. В результате чего дипольный момент системы пульсирует: $\vec{p}(t) = \vec{p}_0 \cos(\Omega t - \alpha)$. Колеблющийся электрический диполь – «элемент тока», причём переменного – сам испускает электромагнитные волны. Мы сможем подобраться к пониманию закономерностей и, в частности, поляризации света при наблюдении выше обозначенных явлений, если познакомимся с некоторыми свойствами такого излучения.

5.2. Особенности излучения диполя

Согласно закону Био–Савара–Лапласа, индукция магнитного поля элемента тока равна:

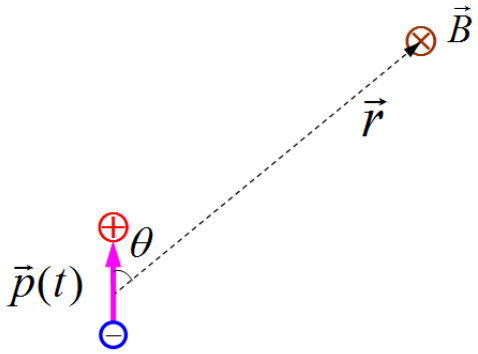


Рис. 5.2. К анализу излучения диполя.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{J\cdot\delta l\cdot\sin\theta}{r^2}. \quad (5.1)$$

Здесь $J\delta l$ – модуль элемента тока $J\delta\vec{l}$, r и θ – полярные координаты точки, в которой он создаёт магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ – см. рис. 5.2. Сила тока J пропорциональна скорости смещения оптического электрона, т.е. $\dot{\xi}$. Поэтому, исходя из равенства (5.2), мы можем сделать вывод, что модуль магнитной индукции $B(t)$ пропорционален $\dot{\xi}(t)\cdot\sin\theta$. Мы знаем, кроме того, что меняющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое. Его напряжённость определяется скоростью изменения магнитной индукции, а значит $E(t) \sim \frac{\partial B}{\partial t} \sim \ddot{\xi}\cdot\sin\theta$. Вторая производная по времени функции $\xi(t) = A\cos(\Omega t - \alpha)$ (смещения), а вместе с ней и напряжённость электрического поля оказываются пропорциональны квадрату частоты Ω и синусу угла θ, определяющего направление излучения диполя. Что же можно сказать об интенсивности этого излучения? Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату напряжённости, то она пропорциональна

частоте в четвёртой степени (или $1/\lambda^4$), а кроме того и квадрату синуса угла θ: $I \sim \Omega^4 \cdot \sin^2\theta$.

К зависимости интенсивности от длины волны λ (цвета) мы ещё вернёмся при обсуждении особенностей рассеяния света. Пока же остановимся немного подробнее на её зависимости от θ – направления излучения диполя. Удобнее всего использовать так называемую диаграмму направленности излучения. Одна из её проекций представлена на рис. 5.4. На ней диполь (вектор $\vec{p}_0$) располагается в плоскости рисунка. По периметру указаны азимутальные углы, характеризующие направление излучения, отсчитанные от

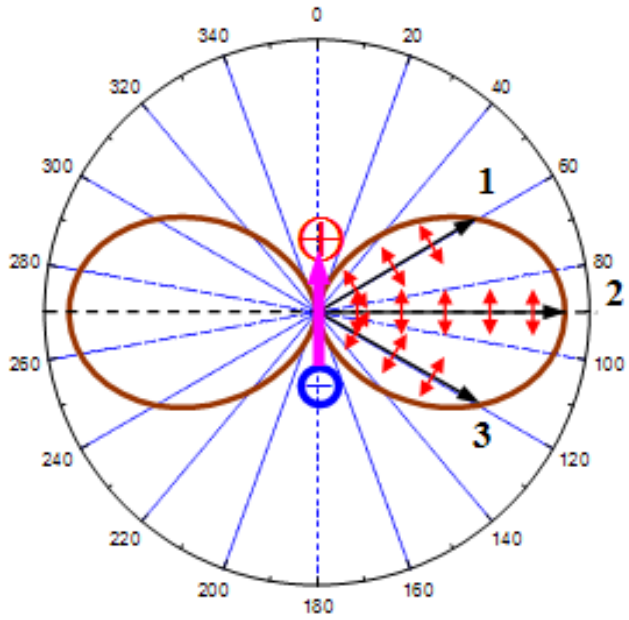


Рис. 5.4. Диаграмма направленности излучения диполя.

направления оси диполя. Длина чёрных стрелок позволяет судить об интенсивности излучения в том или ином направлении – она-то и меняется по закону $\sin^2\theta$. Интенсивность максимальна в перпендикулярном к оси диполя направлении. Напротив, в направлении собственной оси ($\theta = 0$) диполь не излучает вовсе! Несложный анализ помогает установить и направление вектора $\vec{E}$ такого излучения – т.е. его поляризацию. Для представленной проекции векторы $\vec{E}$ располагаются в плоскости рисунка, они изображены небольшими красными стрелками, перпендикулярными направлениям излучения для разных случаев.

Как выглядит распределение интенсивности по направлениям, если представить его в плоскости перпендикулярной оси диполя (например, на виде сверху)? Сам диполь в этой проекции представлен

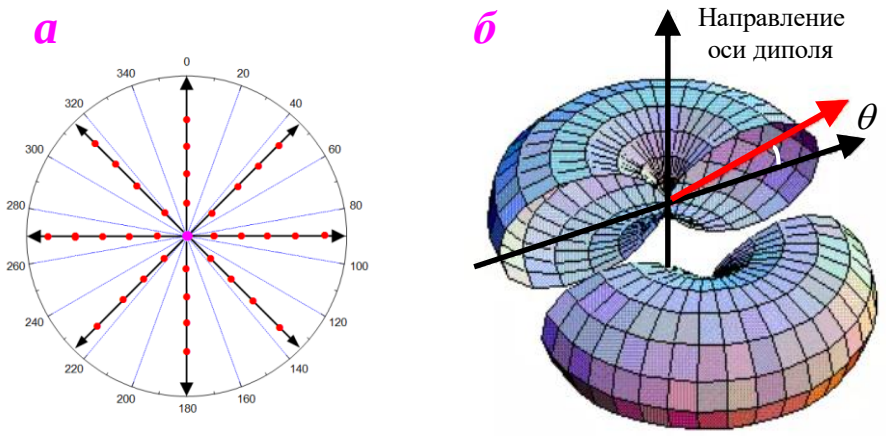


Рис. 5.5. Диаграмма направленности излучения диполя:
а) в перпендикулярной плоскости и *б)* 3-*x*-мерная

точкой посредине диаграммы. Стрелки, отвечающие за интенсивность, будут теперь иметь одинаковую длину во всех направлениях, их огибающая – окружность. Векторы $\vec{E}$ перпендикулярны плоскости сечения, они предстанут теперь красными точками вдоль каждого луча.

В завершение этого пункта представим себе, как выглядит 3-х мерная ($3D$-) диаграмма направленности: получится несколько деформированный тороид – нечто похожее на бублик – см. рис. 5.5.

5.3. Поляризация при рассеянии света

Свет, проходя через оптически неоднородную среду, в некотором направлении (например, вдоль оси X – рис. 5.6) возбуждает колебания диполей – источников вторичных волн, испускаемых по всем направлениям. Рассмотрим излучение диполя, расположенного в точке O. Пусть падающий свет неполяризован. Тогда и направление индуцированного дипольного момента $\vec{p}(t)$ может быть любым в перпендикулярном к оси X направлении (в плоскости YOZ). Проанализируем излучение двух типов диполей, разложив вектор $\vec{p}(t)$ на составляющие $\vec{p}_{\mathrm{Y}}(t)$ и $\vec{p}_{Z}(t)$. В направлении оси OZ диполь второго типа не излучает. В этом направлении отлична от нуля интенсивность излучения только диполей $\vec{p}_{Y}(t)$, ориентированных по

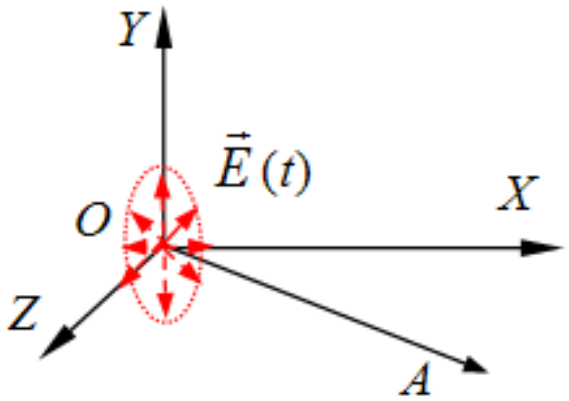


Рис. 5.6. К объяснению поляризации при рассеянии света.

вертикали. Из диаграммы направленности излучения диполя мы знаем и направление вектора $\vec{E}$ такого света – также вертикальное.

Таким образом, нетрудно сделать вывод, что излучение в любом поперечном распространяющемуся в среде свету направлении является полностью поляризованным. В других направления поляризация только частичная.

5.2.1. Рассеяние Рэлея

Обсуждая особенности излучения диполей, помимо поляризации мы отметили сильную зависимость интенсивности не только от направления (“закон $\sin^2\theta$ ”), но и от длины волны (“закон $\sim 1/\lambda^4$”). Надо сказать, что такая зависимость реализуется на практике при определённых дополнительных условиях, наложенных на рассеивающую среду. А именно – размеры излучающих частиц D очень малы по

сравнению с длиной волны (обычно достаточным условием является $D < \lambda/15$), а расстояния между ними, напротив, достаточно велики: $l >> \lambda$. Рассеяние такой средой получило название «Рассеяние Рэлея» и как раз для него хорошо выполняется закон пропорциональности интенсивности рассеяния $1/\lambda^4$. Используя этот закон, Рэлей впервые объяснил голубой цвет неба и алый цвет зорь (см. рис. 5.7) – рассеивающими частицами являются в этом случае молекулы воздуха в верхних слоях земной атмосферы. Выбор красного цвета в качестве аварийного также связан с законом Рэлея. В тумане и дыме меньше всего рассеивается именно свет с большой длиной волны, т.е. красного диапазона.



Рис. 5.7. Следствия закона рассеяния Рэлея – голубое небо и алая заря.

“Рэлеевское” рассеяние может наблюдаться также в различных суспензиях и взвесях.

5.2.1. Замечания к §5. Понятие о рассеянии Ми

1. Если условия, описанные в предыдущем пункте, не выполняются, например, за рассеяние отвечают достаточно крупные или близко расположенные друг к другу частицы ($D \geq \lambda$ или $l << \lambda$), зависимость от длины волны заметно сглаживается: $I \sim 1/\lambda^{\beta}$, $\beta < 4$. А для частиц с размерами $D >> \lambda$ почти пропадает. Причём в первую очередь для синей части спектра. Диаграмма направленности при таком рассеянии становится весьма сложной – см. рис. 5.8.

В этом случае проявляет себя так называемая “деструктивная интерференция” (как, впрочем, и в случае однородной среды). Качественно можно понять её механизм следующим образом. Если среда достаточно плотная, то каждому излучающему в том или ином направлении диполю найдётся “пара” – диполь, расположенный по отношению к наблюдателю ближе на расстояние $\lambda/2$. Волны от них приходят к наблюдателю в противофазе и гасят друг друга.

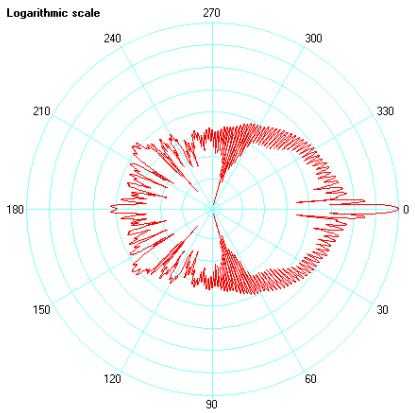


Рис. 5.8. Рассеяние на частицах воды радиусом 10 *мкм*.

Подробный анализ рас-сеяния света для сферических частиц различных размеров был проведён немецким учёным Ми (*G. Mie*)[*)], поэтому оно и носит его имя. Особенностями рассеяния Ми объясняется, например, белый цвет облаков (состоящих из капелек воды) на фоне голубого неба.

2. Рассеяния Рэлея и Ми относятся к так называемому упругому рассеянию – оно происходит на частоте падающего излучения. Особый интерес представляет рассеяние неупругое – его частота немного сдвинута по отношению к возбуждающему излучению. Помимо рассеянного света с частотой ω в ряде случаев удаётся наблюдать и излучение с частотами $\omega \pm \omega_{0i}$. Комбинированные частоты-сателлиты (“стоксова” и “антистоксова” компоненты) несут информацию о внутренних колебательных модах (ω_{0i}) рассеивающей среды. Такое рассеяние носит название комбинационного или в зарубежной литературе “рамановского” (*Raman scattering*).

3. Небесполезно также отметить, что рассмотренное явление (рассеяние) вполне можно также считать и дифракцией на нерегулярной структуре из большого количества препятствий разных размеров.

[*)] Густав Ми – немецкий учёный. Его основная работа, посвящённая рассеянию света, «Вопросы оптики мутных сред, в особенности коллоидных металлических растворов» (1908).

§6. *Поляризация при отражении и преломлении света на границе раздела однородных прозрачных диэлектриков*

Свойства излучения возбуждённого световой волной электрического диполя позволяют понять также и возникновение поляризации при отражении и преломлении света. Пусть неполяризованный (естественный) свет падает на границу раздела двух однородных прозрачных диэлектриков с показателями преломления n_1 и n_2 вдоль луча “1”. Вектор напряжённости в падающей световой волне может иметь произвольную ориентацию в любой плоскости перпендикулярной лучу. Для дальнейшего анализа удобно разложить каждый такой вектор на две составляющие, как мы это не раз уже делали ранее – стрелки и точки на рис. 6.1,*а* соответствуют этим компонентам. В приграничном слое второго

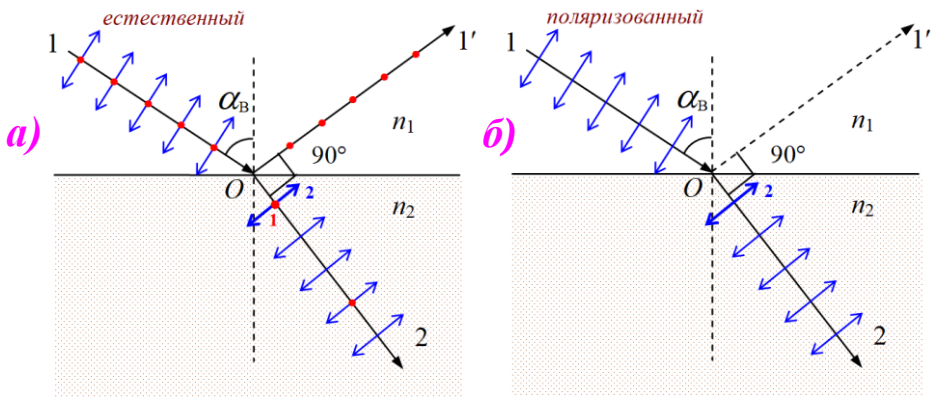


Рис. 6.1. Поляризация при отражении и преломлении света.

диэлектрика свет возбуждает диполи, ориентированные в плоскости падения (“2-го типа”) и перпендикулярно к ней (“1-го типа”) вдоль преломленного луча “2”. При некотором значении угла падения отражённый и преломленный луч оказываются взаимно перпендикулярны. В этом случае диполи “второго типа” ориентированы вдоль направления отражённого луча “1′”. Вспомним теперь диаграмму направленности излучения диполя (см. стр. 267) – в направлении своей оси диполь не излучает. Стало быть, отражённый свет формируется лишь в результате излучения диполей “первого типа”. Это излучение с направлением вектора $\vec{E}$ перпендикулярным плоскости падения – см. рис. 6.1,a. Т.е. отражённый свет полностью плоско поляризован. Соответствующий угол падения $\alpha = \alpha_{\text{B}}$ принято называть «***углом Брюстера***». Свет преломленный оказывается при этом поляризованным частично.

Частично поляризован и свет отражённый, если угол падения отличается от угла Брюстера. Однако в отражённом свете всегда больше волн, плоскость колебаний которых перпендикулярна плоскости падении. В преломленном свете этих волн, соответственно, меньше.

Значение угла Брюстера α_{B} легко найти, используя закон преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (6.1)$$

Учитывая, что $\alpha_B + \beta_B = \pi/2$ (рис. 6.1), $\sin\beta_B = \sin(\pi/2 - \alpha_B)$ или $\sin\beta_B = \cos\alpha_B$. Подставляя в равенство (6.1), получаем:

$$tg\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}. \qquad (6.2)$$

Приведём ещё один пример. Пусть падающий свет плоско-поляризован, причём колебания вектора $\vec{E}$ параллельны плоскости падения. В этом случае будут возбуждены только диполи первого типа. При этом излучение вторичных волн по направлению "1′" невозможно – в направлении своей оси интенсивность излучения диполей равна нулю. Отсюда следует, что свет, с рассмотренной поляризацией вообще не отражается при падении под углом Брюстера – см. рис. 6.1,*б* (есть только преломленный луч "2").

Примечание

«Окна Брюстера» в лазерах. В газовых лазерах активное вещество (аргон, смесь гелия и неона, двуокись углерода – в зависимости от типа лазера) помещается в стеклянную трубку с плоскопараллельными торцевыми окнами. Трубка находится между зеркалами резонатора, так что свет многократно (~ 100 раз) проходит через окна трубки с активным веществом. Если окна трубки сделать перпендикулярными к проходящему пучку света (см. рис. 6.2,*а*), то при каждом прохождении окна будет теряться на отражение ~ 8% интенсивности падающего света, а после 100 прохождений исходный пучок ослабнет приблизительно в 3000 раз, что совершенно недопустимо для нормального функционирования лазера.

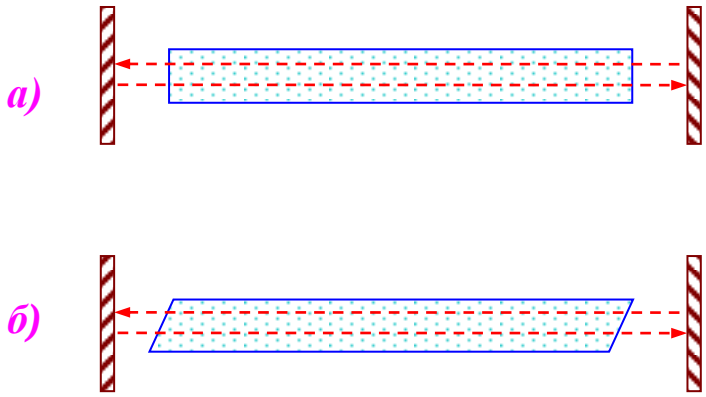


Рис. 6.2. Резонатор газового лазера. Окна Брюстера.

Выход из этой, на первый взгляд, тупиковой ситуации состоит в использовании окон, наклонённых по отношению к пучку проходящего света на угол Брюстера (см. рис. 6.2,*б*). В результате многократного прохождения через трубку с такими окнами волны, плоскость колебаний которых перпендикулярна плоскости падения (плоскости рисунка), практически полностью потеряются из-за отражений, тогда как волны, с векторами $\vec{E}$, лежащими в плоскости падения, пройдут через оптическую систему сколько угодно раз почти без потерь на отражение. В итоге интенсивность исходного пучка света уменьшится не в тысячи раз, а всего в 2 раза, что вполне приемлемо. Именно из-за такого устройства оптической системы свет, выходящий из газового лазера, полностью плоско поляризован.

§7*. *Искусственная оптическая анизотропия и интерференция поляризованного света*

Интерференция поляризованного света позволяет визуализировать искусственную оптическую анизотропию. Поэтому мы и объединили эти два вопроса в данном параграфе.

1. Пьезооптический эффект («фотоупругость»)

Мы говорили, что вещества обладают оптической анизотропией в силу того, что межплоскостные расстояния расположения атомов в кристаллической решётке значительно отличается в одном из направлений. Это направление и определяет направление оптической оси. Так бывает по вполне естественным причинам. Но эти причины можно создать и искусственно. Первый эффект – это искусственное создание такого расположения атомов, стимулирована та самая анизотропия механическим способом. В этом случае разность показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн прямо пропорциональна механическому напряжению $\sigma = F/S$:

$$n_e - n_o = K_1 \cdot \sigma. \qquad (7.2)$$

Коэффициент K_1 – *называют* ***упругооптической постоянной*** (или ***постоянной Брюстера***). Например, для стёкол $K_1 = 10^{-12}–10^{-11}$ $м^2/Н$.

Данный эффект можно использовать для выявления и анализа «карты» механических напряжений деталей конструкций, материалов и инструментов. Для этого изготавливаются (возможно, масштабированные) их копии из прозрачного полимерного материала (либо наносят полимерное покрытие на реальные детали и используют для анализа отражённый свет). Появляется возможность визуализировать механические напряжения – т.е

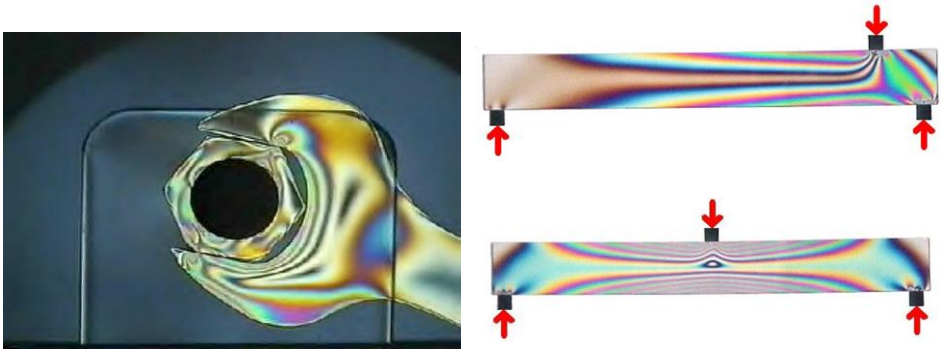


Рис.7.1. Визуализация механических напряжений в поляризованном свете.

обнаружить, где эти напряжения появляются и сколь они велики (где они больше, а где меньше). Как это происходит, мы обсудим позже. А пока можно посмотреть на примеры подобной визуализации на рисунках – рис. 7.1.

Интерференция поляризованного света

К способам «принудительного» создания анизотропии вещества мы ещё вернёмся. Но теперь пора и обсудить, как же получаются такие «красивые картинки». Как можно обнаружить возникающую (и даже меняющуюся в процессе наблюдения!) анизотропию. Вот для этого и надо сейчас понять, как можно заставить интерферировать поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях обыкновенные и необыкновенные волны, выходящие из анизотропного вещества.

Вспомним, прежде всего, что одним из необходимых условий наблюдения интерференции когерентных волн является их «неортогональность». При сложении взаимно перпендикулярных колебаний их интенсивности просто складываются – ни пространственного, ни временного

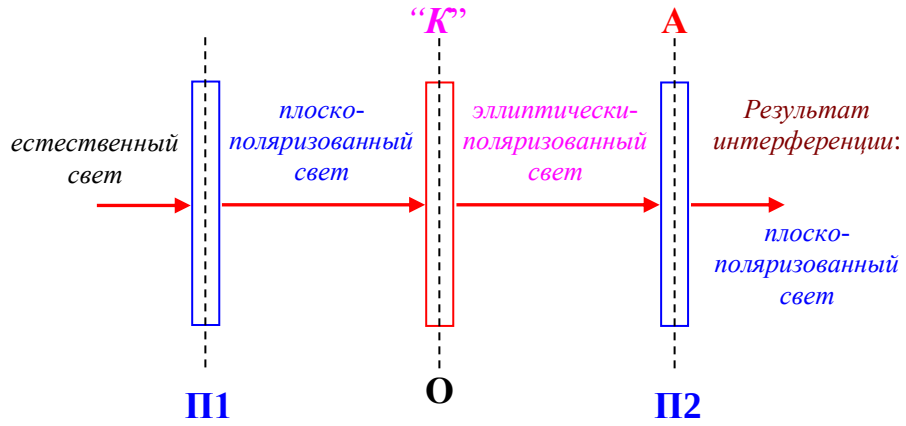


Рис.7.2. Схема наблюдения интерференции поляризованного света.

перераспределения интенсивности не происходит. На рис. 7.2 представлена схема наблюдений, в которой на кристаллическую пластинку «*K*» падает линейно поляризованный поляризатором «П1» свет. Векторы $\vec{E}_{"e"}$ и $\vec{E}_{"o"}$ – компоненты вектора напряжённости падающей волны на направление оптической оси OO′ пластинки и перпендикулярное к ней соответственно – см. рис. 7.3. Из пластинки в этом случае, как мы знаем, выходит эллиптически поляризованный свет, который как раз и является суперпозицией волн “*o*” и “*e*”. Соответствующие колебания векторов $\vec{E}'_{"o"}$ и $\vec{E}'_{"e"}$ взаимноперпендикулярны – интерференция невозможна. Однако, если на пути света поставить ещё один поляризатор «П2» (который будет играть роль анализатора «А»), то он оставит лишь составляющие колебаний, «попадающие» в его плоскость пропускания AA′. Вот такие сонаправленные колебания

уже могут интерферировать! Свет после второго поляризатора будет линейно поляризован, а его интенсивность будет существенно зависеть от сдвига фаз между складывающимися колебаниями волн “*o*” и “*e*”, т.е. от толщины анизотропной пластинки «*K*». Если она обеспечивает синфазность колебаний волн “*o*” и “*e*” – разность хода $(n_e - n_o)\cdot h$ кратна длине волны λ_0 – то интенсивность будет максимальной – см. рис. 7.3,*а*. Определить в этом случае амплитуду $E'_{0\max}$ (а затем и интенсивность) результирующего колебания вдоль направления AA′ можно складывая соответствующие проекции векторов $\vec{E}'_{"o"}$ и $\vec{E}'_{"e"}$: $E_0^{\max} = E_0'^{"e"} + E_0'^{"o"}$.

При противофазных колебаниях, когда выполняется условие $(n_e - n_o)\cdot h = (m + ½)\lambda_0$, напротив, будет наблюдаться минимум интенсивности. При определении

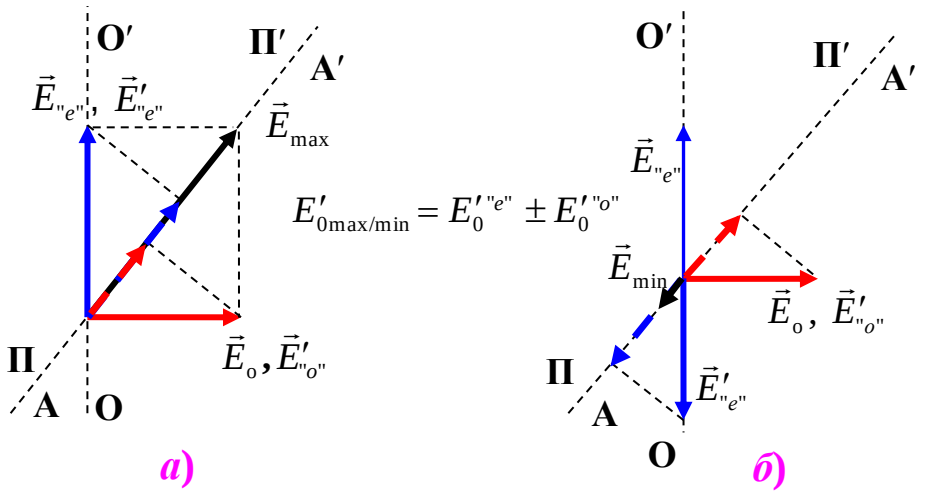


Рис.7.3. Интерференция поляризованного света: *а* – максимум, *б* - минимум.

амплитуды теперь нужно складывать проекции векторов $\vec{E}'_{"o"}$ и $\vec{E}'_{"e"}$ на направление АА′, имеющие противоположный знак, поэтому $E_0^{\min} = E_0'^{"e"} - E_0'^{"o"}$ – см. рис. 7.3,*б*

Если наблюдение ведётся в монохроматическом свете, то пластика «*K*» с фиксированной толщиной h ярко окрашивается в цвет соответствующий длине волны λ_0 в первом случае и становится тёмной – во втором. Если использовать пластинку с переменной толщиной, то ярко окрашенные максимумы будут чередоваться с тёмными минимумами. Например, для клиновидной пластинки, они будут иметь вид параллельных полос равной толщины – типичная интерференционная картина! При использовании света с широким спектральным диапазоном полосы равной толщины становятся многоцветными. Что мы и наблюдаем на представленных примерах визуализации механических напряжений в результате «наведённой» анизотропии материала – рис. 7.1.

Кратко остановимся теперь на других способах воздействия, также приводящих к возникновению искусственной оптической анизотропии.

Искусственная оптическая анизотропия – другие способы

2. Электрооптические эффекты

Электрическое поле, как и механическое напряжение, способно стимулировать оптическую анизотропию

первоначально изотропного вещества. Различают два типа электрооптических эффектов – линейный и квадратичный.

а. Эффект Поккельса – ***линейный электрооптический эффект***, характерен только для пьезоэлектриков. Это такие кристаллы, сжатие или растяжение которых по определённым направлениям сопровождается их электрической поляризацией («***прямой пьезоэффект***»). Приложение электрического поля, в свою очередь, вызывает деформацию кристалла по направлению поля («***обратный пьезоэффект***»). Для пьезоэлектриков деформация пропорциональна напряжённости электрического поля, поэтому и разность показателей преломления линейно зависит от модуля напряжённости E:

$$n_e - n_o = K_2 E. \qquad (7.2)$$

Коэффициент K_2 называют ***постоянной Поккельса***. Например, для типичного пьезоэлектрика – ниобата лития $LiNbO_3$ – он равен $3{,}7 \cdot 10^{-10}$ *м/В*.

Для изготовления «оптических затворов» на основе эффекта Поккельса используют такие пьезоэлектрики, как дигидрофосфат калия (КДР) – KH_2PO_4 и дигидрофосфат аммония (АДР) – $NH_4H_2PO_4$. Такие быстродействующие устройства находят широкое применение в науке и технике. Принцип действия такого затвора проиллюстрирован на рис. 7.4. Между двумя скрещенными поляроидами $П_1$ и $П_2$ помещается ячейка Поккельса с кристаллической пластинкой “K”. В отсутствии

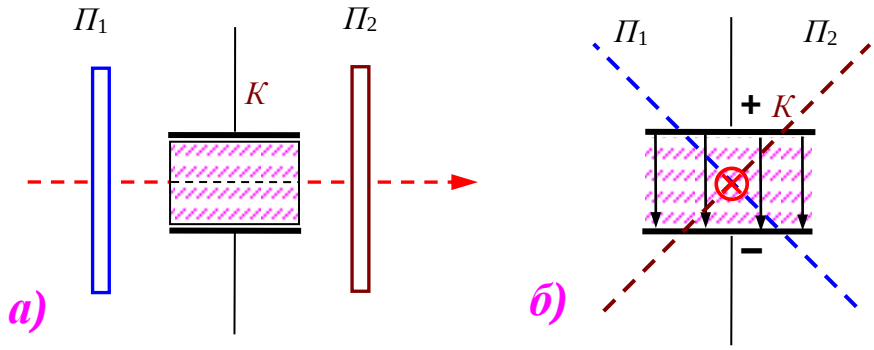


Рис.7.4. К объяснению принципа действия оптического затвора.

электрического поля затвор "закрыт" – свет через него не проходит. Напряжённость электрического поля подбирается такой, чтобы на длине ячейки набиралась оптическая разность хода между обыкновенной и необыкновенной волнами равная $\lambda/2$. Направление электрического поля в ячейке составляет угол $\pi/4$ с главными плоскостями $П_1$ и $П_2$ (рис. 7.4,*б*). При его включении плоскость колебаний прошедшего через поляроид $П_1$ света повернётся на $\pi/2$ он проходит через поляроид $П_2$.

Такие затворы можно использовать для модуляции светового потока, а значит и для передачи информации оптическим способом. Максимальная частота модуляции сигнала при помощи ячейки Поккельса порядка 10^{13} *Гц*, что позволяет реализовать огромную плотность передачи информации.

Для того, чтобы пластинка ниобата лития толщиной порядка миллиметра выполняла роль «полуволновой»

пластинки, необходимо приложить к ней электрическое поле с напряжённостью $E \approx 5 \cdot 10^5$ *В/м*.

б. Эффект Керра наблюдается в жидкостях, стёклах, а также в кристаллических веществах (но не в пьезоэлектриках!). В результате приложения к этим веществам электрического поля появляется оптическая анизотропия (оптическая ось направлена вдоль поля), причём разность показателей преломления пропорциональна квадрату модуля напряжённости:

$$n_e - n_o = K_3 E^2, \qquad (7.3)$$

Постоянная Керра для нитробензола, например, равна $K_3 = 10^{-18}$ *м*^{2}/*В*^{2}. Слой нитробензола толщиной $h = 20$ *см* становится «пластинкой $\lambda/2$» в электрическом поле с напряжённостью $E = 10^6$ *В/м*.

Физическая причина эффекта Керра состоит в ориентации молекул, либо в искажении электронных оболочек атомов в электрическом поле. В первом случае эффект Керра называется “ориентационным”, он характерен для веществ, состоящих из дипольных молекул. “Поляризационный” эффект Керра наблюдается для веществ, с неполярными молекулами, которые однако сильно поляризуются в электрическом поле.

Переменное электрическое поле достаточно мощного лазерного излучения способно приводить к появлению оптической анизотропии вещества, благодаря квадратичности эффекта Керра. Такой “оптический эффект

Керра" – пример нарушения принципа суперпозиции электрических полей. ***Волна лазерного излучения изменяет свойства среды*** и таким образом влияет на распространение в этой среде другой световой волны.

Эффект Керра в «оптических затворах» также используется. Однако они менее пригодны для кодирования передаваемой информации из-за их нелинейности, что приводит к искажению сигнала.

3. Магнитооптический эффект (эффект Коттона-Мутона) – это ***"магнитный аналог" эффекта Керра***. «Наведённая» оптическая анизотропия вещества квадратично зависит от индукции магнитного поля:

$$n_e - n_o = K_4 B^2. \qquad (7.4)$$

Постоянная Коттона-Мутона K_4 обычно очень мала. Наибольшие величины $K_4 = 10^{-7}$–10^{-6} $Тл^{-2}$ зарегистрированы для некоторых коллоидных растворов и жидких кристаллов, однако, даже в достаточно сильных магнитных полях ~ 1 $Тл$ на пути $h = 1$ $см$ достигается сдвиг фаз между обыкновенными и необыкновенными волнами всего в несколько градусов. Поэтому практических применений эффект Коттона-Мутона пока не нашел. Тем не менее, его можно использовать в чисто научных целях для изучения магнитных свойств и структуры молекул и их комплексов.

§8*. Оптическая активность

8.1. Оптически активные вещества

Ещё одним явлением, в котором структурные и химические особенности веществ влияют на состояние поляризации проходящего света называется ***оптической активностью.*** Оно состоит в том, что как обнаружил в 1811 г. Ф. Араго, при прохождении линейно поляризованного света через некоторые вещества происходит постепенный ***поворот плоскости поляризации***.

Ряд веществ проявляют оптическую активность в любом агрегатном состоянии – твёрдом, жидком и газообразном. Обнаружено, что эти вещества состоят из молекул, не имеющих ни центра, ни плоскости симметрии. Особенно это характерно для органических молекул, содержащих атом углерода, связанный с четырьмя разными заместителями. Типичным представителем этого класса веществ является молочная кислота, молекула которой $C_3H_6O_3$ не имеет ни одного элемента симметрии. Для молекул такого типа характерно существование двух форм («изомеров»), пространственно несовместимых друг с другом любыми мыслимыми поворотами и перемещениями. Отличаются они друг от друга, как правая и левая рука[*)], которые никак не совмещаются в пространстве со своим зеркальным отражением. Такие изомеры называются «зеркальными», или в химии чаще оптическими *R*- и *S*-изомерами. Эти вещества вращают плоскость поляризации света в разные стороны. Два оптических изомера молекулы молочной кислоты показаны на рис. 8.1,*а*. В химии их принято изображать при помощи “проекционных формул Фишера-Хеуорса” (см. рис. 8.1,*б*), в которых верхний и нижний заместители (*COOH*, CH_3) следует представлять себе расположенными за

[*)] Отсюда ещё одно название – “хиральные молекулы”, от др. греческого слова $\chi\varepsilon\iota\rho$ – рука.

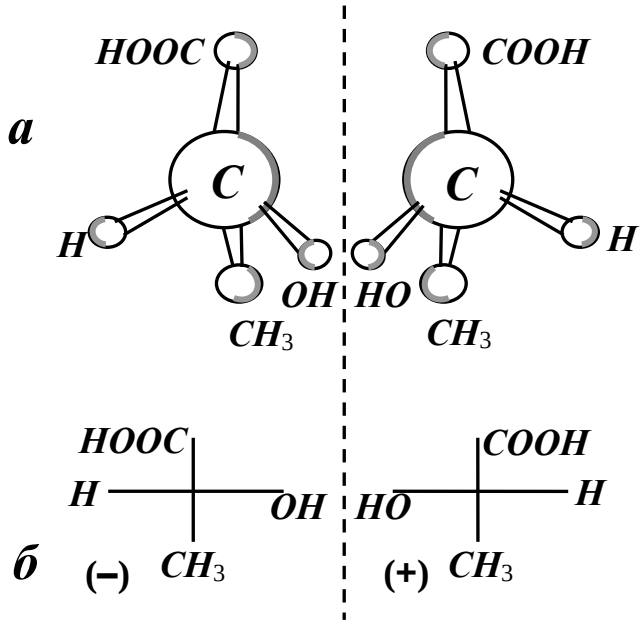


Рис. 8.1. Два изомера молекулы молочной кислоты (*а*) и их проекционные формулы (*б*).

плоскостью рисунка, боковые её заместители (*H, OH*) – перед ней. Считается, что в центре проекционной формулы находится атом углерода, который лежит в плоскости рисунка.

Смесь оптических изомеров в равных количествах (т.н. «рацемат») не проявляет оптической активности. Выделить оптические изомеры из рацемата можно химическим путем – в реакции с каким-либо химически ассиметричным реагентом; либо биохимическим способом – используя то обстоятельство, что микроорганизмы (например, бактерии) перерабатывают только один изомер, оставляя другой нетронутым. Последнее связано с пока не нашедшим удовлетворительного объяснения свойством живой природы строить белки из левых оптических изомеров аминокислот. 19 из 20 жизненно важных аминокислот оптически активны. Вследствие хиральности биомолекул химические процессы в организме чувствительны к различиям между оптическими изомерами, что, очевидно, требует учёта их структурных

особенностей в лекарствах.

Растворы оптически активных веществ в оптически неактивных растворителях также проявляют оптическую активность – она определяется структурой молекулы изомеров. Французским учёным Био*) в 1815 г. было установлено, что угол поворота плоскости поляризации света в растворе оказывается пропорциональным концентрации раствора C и длине пути, пройденным светом в растворе l :

$$\theta = [\alpha] \cdot Cl. \qquad (8.1)$$

Это соотношение называется ***законом Био***, а коэффициент $[\alpha]$ – *удельной оптической активностью*. Обычно $[\alpha]$ приводят в градусах, если l измеряется в дециметрах, а концентрация – в граммах оптически активного вещества на объём раствора в $см^3$. Например, для молочной кислоты $[\alpha]$ = +3,82° (правовращающая форма). Для тростникового сахара (сахарозы $C_{12}H_{22}O_{11}$) $[\alpha]$ = +66,4°; для виноградного сахара (глюкозы $C_6H_{12}O_6$) $[\alpha]$ = +52,6°; для фруктового сахара (фруктозы) $[\alpha]$ = –91,9° (левовращающая форма).

Следует отметить, что удельная оптическая активность (иногда для краткости называемая *удельным вращением*) зависит от длины волны света λ. Обычно значения $[\alpha]$ определяется для жёлтой линии натрия, тогда она обозначается $[\alpha]^D$.

Методы исследования оптически активных веществ, основанные на изучении вращения плоскости поляризации («***поляриметрия***») широко используются для точного определения концентрации этих веществ в растворах. А измерение «***вращательной дисперсии***» (зависимости удельного вращения от длины волны) позволяет изучать строение веществ. Оптическая активность крайне чувствительна к небольшим вариациям в строении молекул и к *межмолекулярным взаимодействиям*, поэтому

*) Жан-Батист Б**и**о (фр. *Jean-Baptiste Biot*)

её исследование может предоставлять ценную информацию о природе заместителей в молекулах как органических, так и комплексных неорганических соединений. Для того, чтобы проиллюстрировать огромные возможности поляриметрии в *стереохимии*[**)], на рис. 8.2 приведены структурные формулы двух форм глюкозы – α-глюкозы и β-глюкозы. Обе эти формы правовращающие, отличие между ними состоит лишь в изменении пространственной ориентации двух связей, обозначенных на рис. 8.2 цифрами 1 и 2. Несмотря на столь незначительную, на первый взгляд, разницу, удельная оптическая активность двух форм глюкозы отличается в шесть раз. Приведенная выше величина $[\alpha]^D$ = 52,5° для глюкозы – результат суммирования эффектов от двух существующих в равновесии форм – α-глюкозы с удельным вращением $[\alpha]^D$ = 112° и β-глюкозы с удельной оптической активностью $[\alpha]^D$ = 18,7°.

Помимо веществ, оптически активных “на молекулярном уровне”, имеется класс веществ, проявляющих оптическую активность только в кристаллической форме. Например, стеклообразный кварц обычно оптически неактивен, тогда как

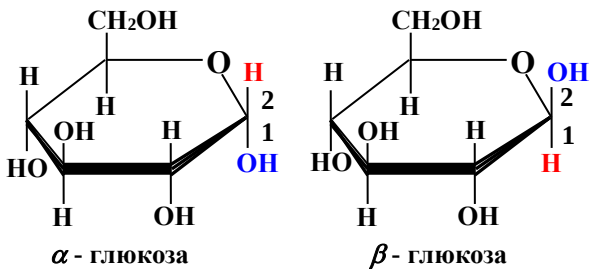


Рис. 8.2. Структурные формулы α и β-глюкозы.

[**)] раздел химии о пространственном строении молекул и влиянии этого строения на химические свойства (статическая стереохимия), направление и скорость реакций (динамическая стереохимия).

кристаллический характеризуется значительной оптической активностью. Оптическая активность таких веществ – свойство кристалла как целого. Общее свойство оптически активных кристаллов – отсутствие зеркальной симметрии их структурных элементов. В случае кварца, например, структурные элементы кристаллической решётки – тетраэдры SiO_4, соединяясь между собой вершинами (атомами кислорода), образуют спиральные цепи. Подобно оптическим изомерам, существуют право- и левовращающие кристаллы, которые отличаются друг от друга как предмет и его зеркальное отображение. Такие кристаллы, абсолютно идентичные по физическим свойствам, отличающиеся только направлением вращения плоскости поляризации света, принято называть ***оптическими антиподами***. Обычно максимальная оптическая активность в кристаллах наблюдается при распространении света вдоль оптической оси.

Для кристаллических оптически активных веществ закон Био (8.1) имеет вид:

$$\theta = [\alpha] \cdot l, \qquad (8.2)$$

Удельное вращение для кристаллов обычно существенно больше, чем для жидких оптически активных веществ. Например, для кварца удельное вращение изменяется в спектральном диапазоне λ = 0,76 *мкм* – 0,4 *мкм* от 12,7 *град*/*мм* до 51 *град*/*мм* (для кристаллов удельное вращение принято рассчитывать на 1 *мм* пути, а не на 10 *см*, как для жидкостей).

Удельная оптическая активность, как кристаллов, так и жидкостей, зависит от таких внешних факторов, как температура, давление, состав растворителя.

8.2. Объяснение оптической активности – гипотеза Френеля

Объяснение физического механизма оптической активности было предложено О. Френелем в 20-х годах XIX века. Идея Френеля

состояла в том, что в оптически активных веществах циркулярно поляризованный ***в разных направлениях*** свет распространяется ***с разными скоростями***. Если учесть определённую “спиральность” кристаллов и молекул оптически активных веществ, такое различие скоростей распространения лево- и правополяризованного света кажется вполне естественным, поскольку условия поляризации вещества зависят от того, совпадает ли направление вращения вектора $\vec{E}$ световой волны с направлением “спиральности” этого вещества.

Далее, Френель предложил рассматривать линейно поляризованную световую волну, распространяющуюся в оптически активном веществе, как *совокупность двух циркулярно поляризованных в разных направлениях волн* одной и той же частоты и с одинаковыми амплитудами – см. рис. 8.3,*а*. Поскольку показатели преломления право- (n_+) и левополяризованной (n_-) волн отличаются, между этими волнами после прохождения слоя оптически активного вещества толщиной l возникает оптическая разность хода $\Delta = (n_+ - n_-)\cdot l$. Левополяризованный свет пройдет слой l за меньшее время, чем правый и вектор $\vec{E}_{(-)}$ за это время повернётся на меньший угол – см. рис. 8.3,*б*. Из рисунка видно, что в итоге плоскость колебаний поворачивается на угол θ против часовой стрелки (свет

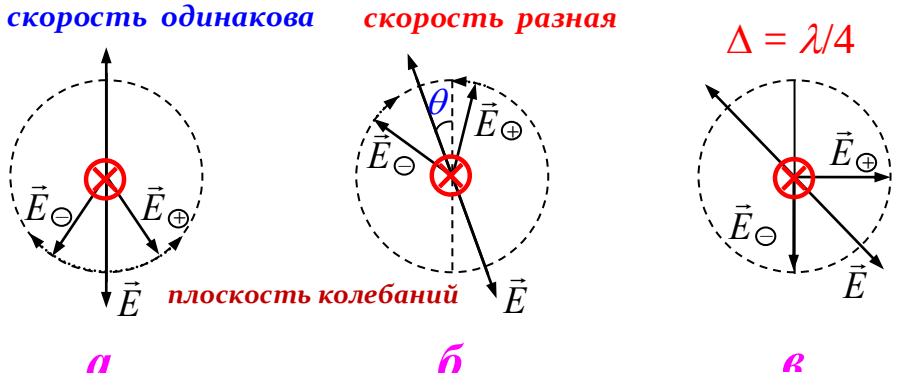


Рис. 8.3. К объяснению оптической активности Френелем.

распространяется от нас за чертёж). Такое направление вращения плоскости поляризации световых волн соответствует правовращающему (положительному) оптически активному веществу. Наоборот, для левовращающего (отрицательного) вещества $n_+ < n_-$, $\upsilon_+ > \upsilon_-$.

8.3. Наведённая оптическая активность – эффект Фарадея

Оптическую активность первоначально неактивного вещества, как и оптическую анизотропию, можно вызвать искусственно. ***Возникновение искусственной оптической активности в магнитном поле*** в середине XIX века впервые наблюдал М. Фарадей, поэтому этот эффект и ***называется эффектом Фарадея***. Для его наблюдения вещество помещают в сильное магнитное поле, а свет направляют *вдоль* линий этого поля (не путать с эффектом Коттона-Мутона – там направление света перпендикулярно магнитному полю) – см. рис. 8.4.

В не слишком больших полях разность показателей преломления право- и левополяризованного света линейно зависит от индукции магнитного поля:

$$n_+ - n_- = K_5 \cdot Bl. \qquad (8.3)$$

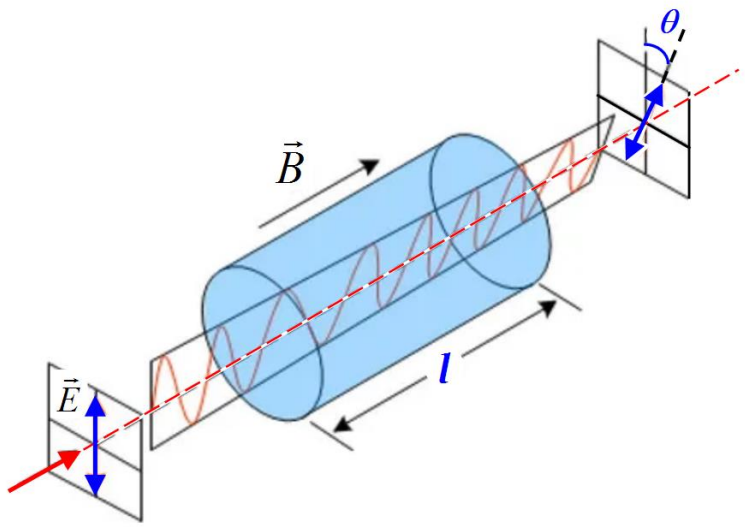


Рис. 8.4. Индуцированная оптическая активность – эффект Фарадея.

Постоянная K_5 называется ***удельным магнитным вращением***, или ***постоянной Верде*** – по имени ученого, наиболее полно исследовавшего закономерности магнитного вращения. Знак постоянной Верде для большинства веществ положителен (правое вращение в магнитном поле). Лишь некоторые вещества в магнитном поле являются левовращающими ($K_5 < 0$). Величина постоянной Верде зависит от длины волны света и температуры.

Магнитное вращение, по-видимому, в той или иной степени проявляют все вещества, хотя обычно оно весьма мало. Даже для тех веществ, в которых оно считается большим (например, некоторых сортов стекол) удельное вращение не превышает 10–15°, если l измерять в *см*, а индукцию магнитного поля – в *Тл*. Большие значения «магнитного» вращения регистрируется в тонких (l = 0,1 *мкм*) полупрозрачных плёнках ферромагнетиков (железа, кобальта, никеля). Угол поворота плоскости колебаний может достигать несколько градусов в магнитном поле порядка 1 *Тл*. Необходимо, однако, иметь в виду, что “внутреннее” магнитное поле в ферромагнитных материалах, превышает “внешнее” в 10^3 – 10^5 раз (магнитная проницаемость ферромагнетиков достигает $\mu = 10^3 – 10^5$).

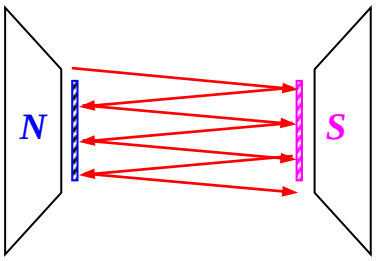


Рис. 8.5. Накопление эффекта при многократных прохождениях активной среды.

Отметим, что знак угла поворота плоскости поляризации света зависят только от направления магнитного поля, а не от направления распространения света. Поэтому при многократном отражении от зеркал, расположенных между полюсами магнита (рис. 8.5) угол поворота плоскости колебаний увеличивается пропорционально числу прохождений. В случае же естественного вращения плоскости поляризации световых волн в оптически активном веществе при

обратном прохождении света, отраженного от зеркала, плоскость поляризации возвращается в исходное положение.

Иногда для анализа структуры вещества вводят величину молекулярного вращения $\Omega = K_5/\rho$, где ρ – концентрация вещества, выраженная в единицах *моль*/*м*^{3} (или *моль*/*см*^{3}). Оказывается, что при изменениях концентрации и даже агрегатного состояния вещества молекулярная постоянная магнитного вращения $M = 9n\Omega/(n^2 + 2)$ сохраняется практически неизменной, где n – показатель преломления вещества.

Магнитное вращение плоскости поляризации света обусловлено возникновением индуцированного циркулярного движения электронов в магнитном поле. В результате условия распространения волн, поляризованных по кругу, становятся зависящими от направления вращения вектора напряжённости электрического поля. Поскольку направление кругового движения электронов определяется только направлением магнитного поля, знак угла вращения плоскости поляризации света не зависит от того, в какую сторону распространяется свет – по магнитному полю или против него.

Глава VII*. Интерференционные методы в современном эксперименте

Не пытаясь охватить необъятное, в этом заключительном параграфе мы приведём лишь некоторые примеры практического применения знаний о колебательных и волновых процессах. В современном эксперименте, который в ряде случаев имеет прецизионный*) характер, очень часто используются интерференционные методы. Благодаря им, зачастую достигается рекордная чувствительность измерений, необходимая, в частности, в химическом анализе, в метрологии. Могут быть получены результаты, крайне важные, а подчас и критически необходимые для прояснения фундаментальных вопросов естествознания в целом – об этом наш финальный пункт (3.2).

*) От французского précision – очень точный.

Глава VII. Заключение

Основной принцип действия всех интерференционных приборов одинаков – пучок света разделяется на два или более когерентных пучков, которые проходят различные оптические пути и затем вновь встречаются в одном месте. Наблюдаемая интерференционная картина, как мы уже хорошо знаем, зависит от соотношения фаз. Последнее определяют три параметра: геометрическая разность хода Δl, показатели преломления сред n_i, и длина волны света λ_0. Соответственно, при двух известных параметрах из интерференционной картины можно экспериментально определять третий: если это разность хода Δl, то прибор называется «интерференционным компаратором»; если это показатель преломления, – «интерференционным рефрактометром». Интерференционные аппараты для измерения длин волн называются интерференционными спектральными приборами. Кратко остановимся на устройстве некоторых интерферометров, относящихся к указанным типам приборов.

§1. *Интерференционные рефрактометры*

Мы начнём наш краткий обзор с **интерференционных рефрактометров** – особенно актуальных для применения в химии для определения состава и структуры веществ. Рефрактометр Жамена[**)] – типичный двухлучевой интерференционный прибор, позволяющий проводить весьма точные измерения показателей преломления газов и жидкостей (чаще всего газов и разбавленных растворов). Устройство рефрактометра Жамена показано на рис. 7.1.

Параллельный пучок монохроматического света 0 после отражения от передней и задней поверхностей стеклянной пластины $П_1$ разделяется на два пучка – 1 и 2. Затем пучки 1 и 2 проходят через одинаковые кюветы K_1 и K_2 и попадают на стеклянную пластину $П_2$, которая слегка повёрнута относительно пластины $П_1$ (пластины $П_1$ и $П_2$ образуют “воздушный клин”).

Два из четырёх когерентных пучков, отраженных от передней и задней поверхностей пластины $П_2$, накладываются друг на друга (эти пучки показаны на рис. 7.1 сплошными линиями) и интерферируют, формируя систему полос равной толщины.

В контрольном эксперименте обе кюветы заполнены одним и тем же веществом с показателем преломления n_1, положение

[**)] Отметим, что аналогичные идеи используются и в целом ряде других интерферометров – Рождественского, Маха-Цендера, Рэлея, …

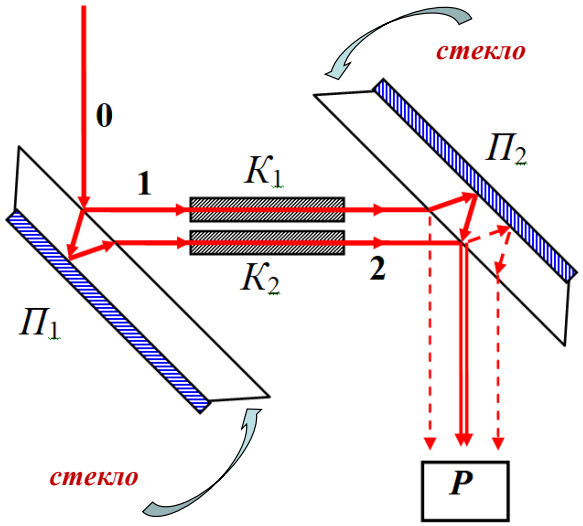


Рис. 7.1. Оптическая схема интерферометра Жамена.

максимумов и минимумов интерференционной картины строго фиксируется. После этого одна из кювет заполняется исследуемым веществом (n_2) и регистрируется сдвиг интерференционной картины в результате возникновения дополнительной оптической разности хода $\Delta = (n_2 - n_1)l$. Здесь n_1 и n_2 – показатели преломления веществ в кюветах K_1 и K_2, l – длина этих кювет.

Оценим точность определения показателя преломления таким прибором. Пусть длина кювет $l = 5$ *см*, длина волны света $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ *м*, а надёжно фиксируемый сдвиг интерференционной картины составляет 0,1 полосы. Напомним, что сдвиг на 1 целую полосу соответствует изменению разности хода Δ на 1 длину λ_0. Тогда получаем:

$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{0{,}1\lambda_0}{l} = \frac{0{,}1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,м}{5 \cdot 10^{-2}\,м} = 10^{-6}. \qquad (7.1)$$

Точность определения может быть повышена, во-первых, удлинением кювет K_1 и K_2, а во-вторых, использованием более совершенной регистрирующей аппаратуры. В современных лазерных интерференционных рефрактометрах точность определения Δn достигает седьмого–восьмого десятичного знака. Для иллюстрации возможностей метода в следующей таблице 7.1 приведены показатели преломления разбавленных водных растворов сахарозы. Видно, что при точности метода 10^{-8}–10^{-7} легко зарегистрировать изменения концентрации раствора в ***тысячные доли процента*** одна ложка сахара на целый плавательный бассейн !!)

Таблица 7.1. Показатели преломления растворов сахарозы.

содержание сахарозы, % (по весу)	0,000	1,000	2,000	3,000
показатель преломления, *n*	1,33299	1,33443	1,33588	1,33733

Измерение показателя преломления вещества позволяет, кроме того, проверить правильность предположений о составе и строении этого вещества путем определения так называемой «молекулярной рефракции» $R_м$ – меры электронной поляризуемости вещества[*)]:

$$R_м = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\frac{\mu}{\rho}. \qquad (7.2)$$

где μ – молярная масса, а ρ – плотность вещества.

В соответствии с формулой Лоренц-Лоренца[**)] теории электронной поляризуемости вещества показатель преломления n связан с величиной поляризуемости составляющих его частиц α:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\frac{\mu}{\rho} = \frac{4}{3}N \cdot \alpha. \qquad (7.3)$$

Здесь N – число поляризующихся частиц в единице объёма. Сопоставляя (7.2) и (7.3), легко видеть, что молекулярная рефракция пропорциональна поляризуемости молекул, из которых состоит исследуемое вещество. Поскольку электронная поляризуемость обладает свойством аддитивности (складывается из поляризуемостей отдельных атомов или связей в молекуле), таким же свойством аддитивности обладает и молекулярная рефракция $R_м$. Поэтому молекулярную рефракцию какого-либо вещества можно найти как сумму ряда постоянных слагаемых R_i, соответствующих атомным рефракциям, групповым рефракциям, связевым рефракциям и т.п. В частности, молекулярная рефракция бензола может быть вычислена как сумма “связевых” рефракций:

$$R_{C_6H_6} = 6R_{C-H} + 3R_{C-C} + 3R_{C=C} = 26{,}307. \qquad (7.4)$$

Здесь “связевые” рефракции равны соответственно R_{C-H} = 1,705; R_{C-C} = 1,209; $R_{C=C}$ = 4,15.

*) Механизмы поляризации вещества мы обсуждали в курсе электромагнетизма.
**) Подробнее об этой теории мы поговорим в курсе «Строение вещества».

§2. *Интерференционные спектральные аппараты*

2.1 Спектральный аппарат (эталон) Фабри-Перо

Интерферометр Фабри-Перо представляет собой многолучевой прибор, предназначенный для исследования тонкой структуры спектров вещества в достаточно узком спектральном диапазоне.

В интерферометре используются две прозрачные стеклянные или кварцевые пластинки, внутренние поверхности которых покрыты отражающей плёнкой и установлены строго параллельно друг другу.

На систему направляется слегка непараллельный пучок света интенсивностью I_0, который претерпевает многократные отражения от зеркальных покрытий пластин $П_1$ и $П_2$ (коэффициент отражения покрытий r обычно находится в пределах 0,8–0,95). При каждом отражении из системы выходит часть энергии света.. Интенсивности нескольких выходящих через пластину $П_2$ пучков (пучки 1, 2, 3, ...) указаны на рис. 7.2 Обычно интерферометре используется линза и, при условии сохранения когерентности, выходящие пучки, накладываются друг на друга, интерферируют. В фокальной плоскости линзы формируется типичная интерференционная картина ***полос равного наклона*** – чередование светлых и тёмных концентрических колец – см. рис. 7.2,*б*. Существенно, что чем большее количество пучков интерферирует, тем более резкой получится интерференционная картина (аналогично тому, как при увеличении количества щелей дифракционной решётки). Поскольку условия максимумов и минимумов интерференции зависят от длины волны света, положения максимумов для разных длин волн будут

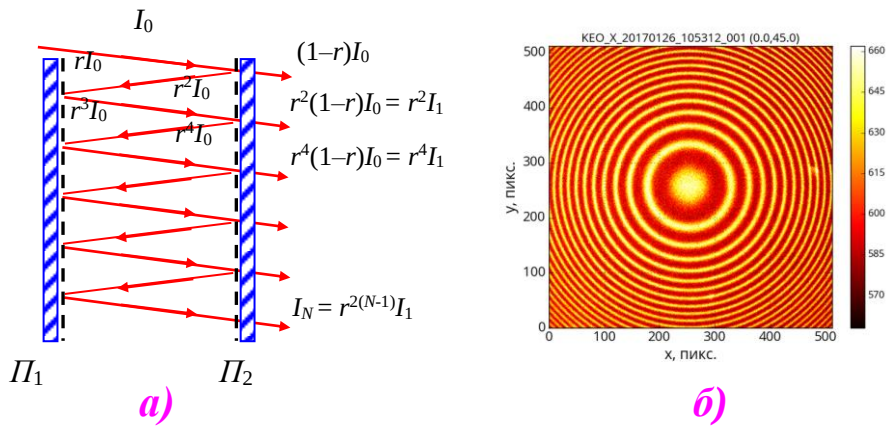


Рис. 7.2. Интерферометр Фабри-Перо: оптическая схема (*а*); интерференционная картина (*б*).

отличаться. Таким образом, интерферометр Фабри-Перо будет осуществлять разложение падающего света в спектр, т.е. будет выполнять функции спектрального аппарата.

Используя аналогию с дифракционной решёткой, проведём оценку наиболее важных параметров спектрометра Фабри-Перо. В частности, для разрешающей способности решётки было получено соотношение (6.6, гл.V): $R = mN$, где m – порядок интерференции, N – число щелей. В случае спектрометра Фабри-Перо под N следует понимать количество интерферирующих пучков, выходящих из аппарата.

Оценим число N следующим образом. Учтём, что интенсивность пучка под номером N равна $I_N = r^{2(N-1)} \cdot I_1$ (см. рис. 7.2). Следовательно, отношение интенсивностей "последнего" и "первого" пучков равно $K = I_N/I_1 = r^{2(N-1)}$. Отсюда получаем:

$$N = \frac{\ln K}{2 \ln r} + 1 . \qquad (7.5)$$

Принимая $K \approx 10^{-2}$ (результат не очень сильно зависит от этой величины), получаем из для наиболее типичных коэффициентов отражения r (0,8 – 0,95) оценку для N в диапазоне 10 – 45.

Как мы знаем, чтобы оценить порядок интерференции m в интерферометре Фабри-Перо, нужно разделить разность хода для соседних пучков, выходящих из интерферометра, на длину световой волны. Разность хода примерно равна удвоенному расстоянию между пластинами, а поскольку обычно расстояние между пластинами $П_1$ и $П_2$ составляет несколько сантиметров, порядок достигает значений $m = 10^5$–10^6. Используя результат для $N \sim 10^2$, получаем оценку для разрешающей способности спектрометра Фабри-Перо: $R = mN = 10^6$–10^8. Это очень большая величина, которая на несколько порядков превышает типичные разрешающую способность спектрометров с призмой или даже дифракционной решёткой в качестве диспергирующих элементов.

Другой важный параметр спектрального аппарата – свободная спектральная область. Исходя из равенства (6.7, гл.V) $\Delta\lambda_{св} = \frac{\lambda}{m}$, получаем, что для эталона Фабри-Перо эта область крайне узкая – всего лишь 10^{-6}–$10^{-5}\lambda$. Поэтому основной областью применения такого спектрометра является изучение тонкой структуры в весьма узких спектральных областях.

Запись спектра обычно осуществляется с помощью так

называемого “сканирующего” интерферометра Фабри-Перо. Интенсивность интерференционной картины в определённой точке регистрируется фотоэлементом. Одно из зеркал поступательно перемещается, так что расстояние между зеркалами изменяется контролируемым образом. Каждому положению зеркала соответствует выполнение условия максимума интерференции для определённой длины волны. Полученная зависимость амплитуды сигнала фотоэлемента от положения зеркала, легко может быть пересчитана в искомый оптический спектр сигнала.

2.2. Представление о Фурье-спектроскопии. Интерферометр Майкельсона

Фурье-спектроскопия – один из современных методов оптической спектроскопии. В этом методе спектры исследуемого объекта получаются в две стадии. На первой стадии регистрируется так называемая «интерферограмма» источника света, на второй – проводится математическая обработка интерферограммы, в результате которой и восстанавливается спектральный состав исследуемого излучения.

Для получения интерферограммы обычно используется интерферометр Майкельсона[*)] – необходимый компонент любого Фурье-спектрометра. Его оптическая схема показана на рис. 7.3. Параллельный пучок исследуемого излучения 0 направляется на полупрозрачное зеркало 3 – т.н. «делитель», плоскость которого составляет с пучком угол 45°. Часть света проходит через делитель вдоль луча 1, а другая часть – отражается от него вдоль луча 2. Далее пучки 1 и 2 отражаются от зеркал 4′ и 4, соответственно; затем они опять через делитель попадают вдоль лучей 1′ и 2′ на фотоприёмник, фиксирующий результат интерференции.

Сначала предположим, что на входе интерферометра строго монохроматический свет с частотой ω. Интенсивность, регистрируемая фотоприёмником, будет равна:

$$I(\omega) = I_0(\omega)(1+\cos\delta), \qquad (7.6)$$

где δ – разность фаз колебаний приходящих волн 1′ и 2′, I_0 – половина интенсивности пучков 1′ и 2′.

В начальный момент времени зеркала 4 и 4′ установлены так, что величина $\delta = 0$. Затем одно из них (на рис. 7.3, зеркало 4′) начинает

[*)] Позже мы поговорим об использовании этого замечательного прибора, в сочетании с эталоном Фабри-Перо, в качестве сверхточного интерференционного компаратора.

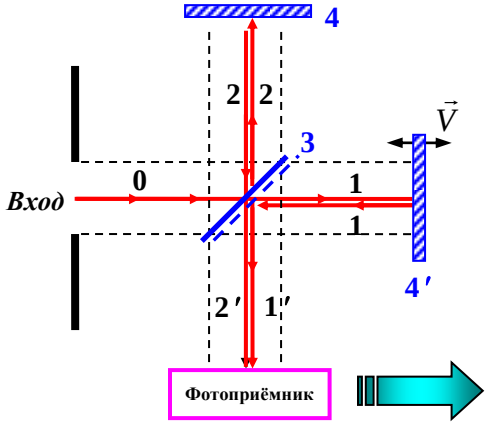
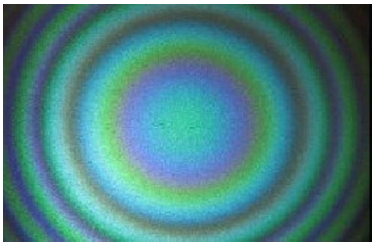


Рис. 7.3. Интерферометр Майкельсона.



поступательно перемещаться вдоль луча 1 с постоянной скоростью V. Так как разность фаз δ связана с разностью хода Δ простым соотношением $\delta = k \cdot \Delta = \frac{\omega}{c} \cdot \Delta$, получаем:

$$\delta = \frac{\omega}{c} \cdot 2Vt . \qquad (7.7)$$

Здесь c – скорость света; множитель два отражает то обстоятельство, что Δ изменяется со скоростью $2V$.

Интерес для дальнейшего анализа представляет только переменная составляющая сигнала фотоприёмника (ведь δ изменяется со временем) – т.н. «интерферограмма»:

$$\tilde{I}_{\text{ФП}}(\tau) = I_0(\omega)\cos\omega\tau , \qquad \text{где} \qquad \tau = \frac{2V}{c} \cdot t . \qquad (7.8)$$

Пропорциональная времени переменная τ введена для упрощения вида записи.

Если на входе интерферометра присутствуют волны двух и более частот ω_1, ω_2, …, то переменный сигнал фотоприёмника получится сложением двух составляющих вида (7.8):

$$\tilde{I}_{\Phi\Pi}(\tau) = I(\omega_1)\cos\omega_1\tau + I(\omega_2)\cos\omega_2\tau + \ldots . \qquad (7.9)$$

Здесь $I_1(\omega_1)$, $I_2(\omega_2)$, … – интенсивности волн соответствующих частот.

Если спектр исследуемого сигнала непрерывный, то переменная составляющая отклика фотоприёмника вместо суммы может быть представлена в виде интеграла:

$$F(\tau) = \int_0^\infty I(\omega)\cos\omega\tau\, d\omega\,. \qquad (7.10)$$

В математике такое интегрирование носит название Фурье-преобразования функции $I(\omega)$ – частотного спектра исходного сигнала.

Оптический спектр исходного сигнала может быть найден с помощью обратного преобразования Фурье – и это составляет второй этап решения задачи спектрального анализа:

$$I(\omega) = (\pi)^{-1}\int_{-\infty}^\infty F(t)\cos\omega\tau\, d\tau\,. \qquad (7.11)$$

Идея Фурье-спектроскопии была высказана Майкельсоном более ста лет назад (математический аппарат Фурье-преобразований к тому времени был уже развит). Однако практическая реализация метода стала возможной лишь после появления мощных компьютеров, с помощью которых можно быстро проводить численное интегрирование (7.11).

Принципиальной особенностью Фурье-спектроскопии является то, что Фурье-спектрометр регистрирует сразу весь спектр исследуемого сигнала, а не его маленький участок, как обычный спектрометр с “диспергирующим” элементом (призмой иди дифракционной решеткой). Соответственно, на порядки возрастают объём получаемой в единицу времени информации, а также разрешающая способность аппаратуры. Современные Фурье-спектрометры позволяют работать в широком спектральном диапазоне – от инфракрасного (ИК) до ультрафиолетового. Спектральное разрешение таких приборов достигает 10^{-4} $см^{-1}$. Поскольку частоты нормальных колебаний молекулярных систем лежат в дальней и средней инфракрасной области (диапазон волновых чисел 50–7000 $см^{-1}$) ИК Фурье-спектрометры находят широкое применение в химии.

§3. *Интерференционные компараторы*

3.1. Техника и метрология

Для точного измерения длин в технике широко используются так называемые «концевые меры» или “плитки”. В частности, они служат для проверки и градуировки измерительного инструмента (линеек, штангенциркулей и т.п.). Плитки представляют собой прямоугольные параллелепипеды строго определенного сечения (9×30 или 9×35 $мм^2$) с плоскопараллельными гранями. Длины плиток различны: от 1 до 1000 *мм*. Поверхности плиток столь высокого качества, что при сдавливании двух плиток они за счет сил межмолекулярного взаимодействия как

бы “склеиваются”, так что из нескольких плиток можно составить новую концевую меру. Обычно плитки составляют набор, с помощью которого можно изготовить любую требуемую концевую меру с заданной точностью (например, 0,01 *мм* или 0,001 *мм*).

С помощью интерференционного компаратора можно сравнивать длины изготовленных плиток с эталонными. Идея метода иллюстрируется рисунком 7.4,*а*. Две плитки – эталонная *Э* и измеряемая *И* устанавливаются между двумя плоскопараллельными стеклянными или кварцевыми пластинами $П_1$ и $П_2$. На систему направляется параллельный пучок света и в областях I и II наблюдается интерференционная картина – полосы равной толщины (при небольшой непараллельности $П_1$ и $П_2$ образуется воздушный клин). По виду интерференционной картины в области II можно судить о качестве поверхности плитки *И* (рис. 7.4,*б*), а по сдвигу интерференционных полос в областях I и II – о различии длин концевых мер *Э* и *И*.

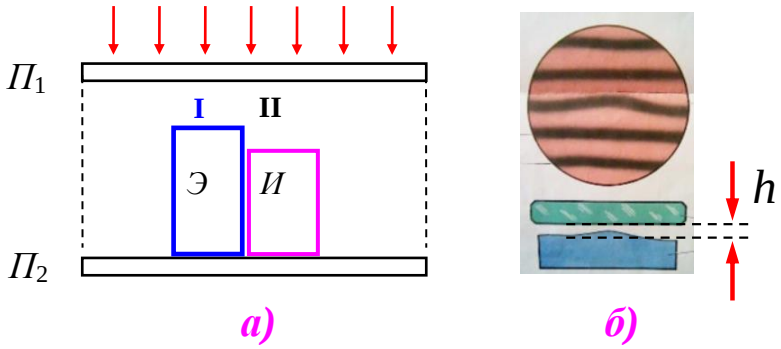


Рис. 7.4. Иллюстрация сравнения концевых мер (*а*) и интерференционной проверки «плоскопараллельности» пластин (*б*).

В качестве интерференционного компаратора удобно использовать интерферометр Майкельсона – см. рис. 7.2, поскольку в этом приборе эталонную и измеряемую длины можно пространственно разнести (поместить в разные плечи интерферометра). Одно из зеркал интерферометра Майкельсона, (4 или 4′ на рис. 7.3) можно закрепить непосредственно на измеряемом объекте любой формы (об этом – следующий пункт).

Интерференционные компараторы в сочетании с микроскопом позволяют с высокой степенью точности (до сотых долей длины волны) изучать геометрический рельеф поверхности.

С помощью современных *серийных* интерференционных компараторов длина в несколько метров может быть измерена с точностью до 5 *нм*. А вот в серии экспериментов грандиозного проекта LIGO, о котором чуть подробнее мы поговорим ниже, *достигнута рекордная точность измерений длины* – 10^{-19} *м*. Это в 10 000 раз меньше размеров ядра атома !!

3.2. Интерференционные компараторы в фундаментальных научных экспериментах

Наверное, вы слышали, какую роль в современной науке, в становлении новой революционной теории о механическом движении – Специальной Теории Относительности сыграли знаменитые эксперименты Майкельсона – Морли (1887 г.) по обнаружению «эфирного ветра». В них использовался специально сконструированный для этого интерференционный компаратор Майкельсона. Схему прибора мы уже обсудили в предыдущем параграфе (см. рис. 7.3). Только использовался он в этих экспериментах для сравнения оптической длины пути волн в его перпендикулярных плечах.

Аналогичная идея была взята на вооружение и при планировании другой серии экспериментов эпохального для судеб современной науки значения. Проверка предсказаний Общей Теории Относительности о существовании гравитационных волн требовала создания антенны-регистратора – датчика малых смещений с чувствительностью выше 10^{-18} *м*! Это в 1 000 раз меньше размеров ядра атома !!

Упрощённая схема такого сооружения грандиозного международного проекта LIGO (*Light Interferometer Gravitational-Wave Observatory*) представлена на рис. 7.5.

Антенны-интерферометры расположены на расстоянии 3000 км друг от друга (в Хэмфорде и Ливингстоне, США) для реализации важного принципа экспериментальной достоверности – схемы совпадений сигналов. Каждый из «рукавов» интерферометров имеет длину примерно 4 км и помещён в трубу диаметром 1,24 *м*, в которой поддерживается сверхвысокий вакуум не хуже 10^{-8} *мм рт. ст.* Зеркала интерферометров закреплены непосредственно на «пробных массах», положение которых как раз и чувствительно к изменению метрики пространства, вызванному приходящей гравитационной волной.

Более подробное описание и, тем более, сколь-нибудь серьёзный анализ деталей работы антенн и всего проекта – предмет многих

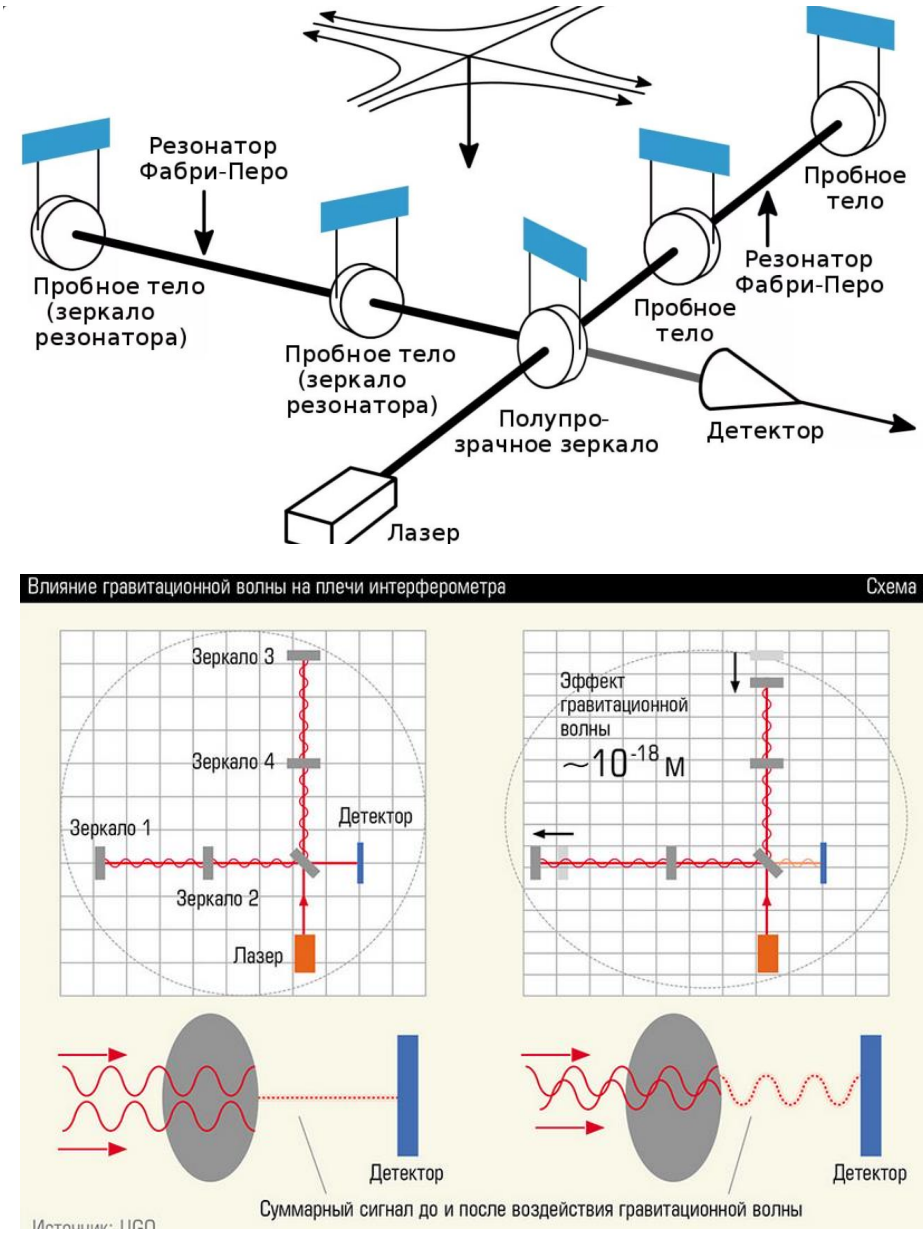


Рис. 7.5. Упрощённая схема и иллюстрация идеи реализации гравитационных антенн-интерферометров проекта LIGO.
Деформация (изменение метрики) ⇒ фазовый сдвиг ⇒ сигнал.

научных публикаций и нисколько не входят в наши планы. Ниже мы упомянем «пунктиром» и в «телеграфном стиле» лишь некоторые

аспекты реализации этого мегапроекта, в которых, как мы надеемся, вы сможете подметить многие обсуждавшиеся ранее вопросы нашего курса:

1) Пробные тела имеют массу 40 *кг*; они подвешены на кварцевых нитях толщиной 400 *мкм* в вакууме 10^{-8} *мм рт ст*, что обеспечивает рекордную для механической ***колебательной системы добротность*** $\boldsymbol{Q} \geq 10^8$ (*время релаксации амплитуды* – 5 *лет* !);

2) непосредственно на «пробных массах» закреплены ***зеркала интерферометров*** с «оптической чистотой» поверхности – 0,08 нм!; для снижения диссипации энергии волн (потери менее 0,005%) – повышения коэффициента отражения – используются многослойные (40 слоёв!) прозрачные диэлектрические покрытия, состоящие из чередующихся ***четвертьволновых слоёв*** Ta_2O_5 и SiO_2.

3) длина плеч интерферометра составляет 4 *км*, поэтому требуется учёт "***дифракционного уширения***" пучка и использование больших и совершенных зеркал диаметром около 0,3 *м*;

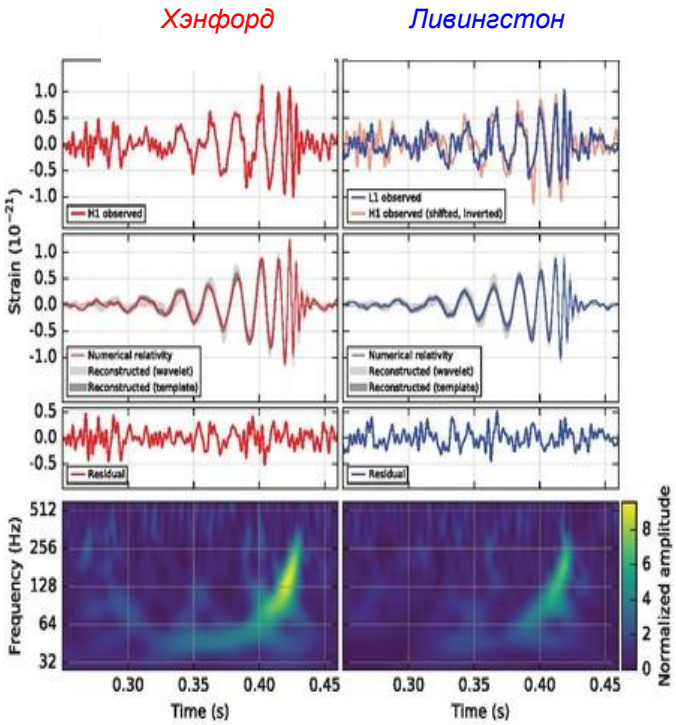


Рис. 7.6. Первый гравитационный сигнал от слияния чёрных дыр, зарегистрированный двумя антеннами LIGO 14 сентября 2015.

4) для увеличения эффективной длины плеч интерферометра и ***резонансного*** увеличения мощности лазерной «накачки» в каждом плече установлены ***итерферометры Фабри-Перо***. Это позволяет «раскачать» мощность от 100 *Вт* до 600 *кВт* в ***резонаторах***.

5) настройку элементов интерферометра обеспечивает около 1000 следящих систем обратной связи.

Эти и иные экспериментальные ухищрения позволили обеспечить снижение относительной погрешности измерения смещений пробных масс до уровня 10^{-21}. 14 сентября 2015 г. был впервые зарегистрирован приход гравитационного «всплеска» – рис. 7.6 – сигнал исходил от слияния двух чёрных дыр массами 36 и 29 солнечных масс на расстоянии около 1,3 млрд. световых лет от Земли, при этом три солнечных массы ушли на излучение.

Без преувеличения можно сказать, что детекторы гравитационных волн, созданные в коллаборации более чем 1000 учёных из 16 стран мира – одно из современных чудес света (наряду с Большим Адронным Коллайдером и Международной Космической Станцией). Это выдающееся научно-технологическое достижение было бы совершенно немыслимо без знаний накопленных человечеством по теории колебаний и волновой оптики (но и квантовой, конечно, тоже). Часть вопросов, относящихся к этой области науки мы постарались обсудить в нашем курсе.